Eredmények

1.

a) Mivel független eseményekről van szó, ezért a kérdéses esemény valószínűsége az egyes események valószínűségeinek szorzata:

$$\boldsymbol{P(mindkét\ gép\ dolgozik)} = P(A) \cdot P(B) = 0.7 \cdot 0.6 = \mathbf{0.42}$$

b) Komplementer eseménnyel számolva, 1-ből kivonjuk annak a valószínűségét, hogy egyik gép sem dolgozik. Ez pont annak a valószínűsége lesz, hogy legalább az egyik gép dolgozik:

$$\boldsymbol{P(legalább\ 1\ gép\ dolgozik)} = 1 - P(\overline{\mathrm{A}}) \cdot P(\overline{\mathrm{B}}) = 1 - 0.3 \cdot 0.4 = \mathbf{0.88}$$

c) Az, hogy egyszerre csak 1 gép dolgozik, kétféleképpen lehet, ennek a két valószínűségnek az összege lesz a keresett valószínűségünk.

$$\boldsymbol{P(1\ gép\ dolgozik)} = P(A) \cdot P(\overline{\mathrm{B}}) + P(B) \cdot P(\overline{\mathrm{A}}) = 0.7 \cdot 0.4 + 0.6 \cdot 0.3 = \mathbf{0.42}$$

d) Ha mindkét gép áll, az pont a b) feladat komplementer eseménye.

$$\boldsymbol{P(mindkét\ gép\ áll)} = P(\overline{\mathrm{A}}) \cdot P(\overline{\mathrm{B}}) = 0.3 \cdot 0.4 = \mathbf{0.12}$$

2.

a) Az 5 gyermek ez esetben vagy 5 fiú, vagy 5 lány, a két nem születési valószínűsége megegyezik, így kétszer kell vennünk annak a valószínűségét, hogy 5-ször egymás után azonos nemű gyermek születik:

$$\boldsymbol{P(azonos\ neműek)} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \mathbf{\frac{1}{16}}$$

b) Minden gyermek 50%-al lesz fiú, és természetesen ugyanekkora valószínűséggel lány, így mind az 5 gyereknél (3 fiú, 2 lány) $\frac{1}{2}$ – es szorzóval számolhatunk:

$$\boldsymbol{P(3 fiú, 2\ lány)} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \mathbf{\frac{1}{32}}$$

c) A nemek sorrendje ezúttal nem kötött, a lényeg, hogy az 5 gyerekből 3 fiú legyen. Erre $\binom{5}{3}$ db különböző „elrendezés” lehetséges, ezekhez az esetekhez rendre $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$ – es valószínűséget rendelhetünk, így:

$$\boldsymbol{P(3 fiú)} = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \mathbf{\frac{5}{16}}$$

d) Mindkét gyerek 50%-al lesz lány, a két esemény független, a kérdéses esemény valószínűsége ezért:

$$\boldsymbol{P(2\ legidősebb\ lány)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \mathbf{\frac{1}{4}}$$

e) Tekintsük a komplementer eseményét, azaz, hogy nincs egy lány sem az 5 gyermek közt. Ekkor 5 fiú gyermek született, az a) feladatban láttuk, hogy ennek $\frac{1}{32}$ a valószínűsége. Minden más esetben legalább 1 lány van a gyerekek közt:

$$\boldsymbol{P(legalább\ 1\ lány)} = 1 - \frac{1}{32} = \mathbf{\frac{31}{32}}$$