æ

TÖBBVÁLTOZÓS STAT. GAZDASÁGI ALKALMAZÁSOKKAL HF I.

1. Legyen $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_n$ fae minta egy olyan többdimenziós eloszlásból, melynek kovarianciamátrixa létezik. Bizonyítsa be, hogy az empirikus kovarianciamátrix erősen konzisztens becslést szolgáltat a valódi kovarianciamátrixra.
2. Legyen $\mathbf{W} \sim \mathcal{W}_p(n, \mathbf{I}_p)$ $p \times p$-es standard Wishart-mátrix, $n > p$. Határozza meg $\mathrm{tr}\,(\mathbf{W})$ eloszlását!
3. Legyen $(X_1, X_2, X_3)^T \sim \mathcal{N}_3(\underline{\mu}, \mathbf{C})$, ahol $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)^T$ és

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho^2 \\ \rho & 1 & 0 \\ \rho^2 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

valamint $0 < \rho < 1$ adott paraméter. Határozza meg $(X_1, X_2)^T$ feltételes eloszlását az $X_3 = x_3$ feltétel mellett!

4. Legyen $(X_1, X_2, X_3)^T \sim \mathcal{N}_3(\mathbf{0}, \mathbf{C})$, ahol

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho^2 \\ \rho & 1 & 0 \\ \rho^2 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

és $0 < \rho < 1$ adott paraméter.

a. Határozza meg $(X_1, X_2)^T$ és X_3 többszörös korrelációját!

b. Határozza meg az X_1 és X_2 közti parciális korrelációt, miután X_3 hatását kiküszöbölte!

5. Egy bizonyos valuta vételi és eladási árfolyamára A országban 35 nap adatai alapján a következő statisztikák adódtak: $\bar{\mathbf{X}} = (22.860, 24.397)^T$ és

$$\mathbf{S}_X = \begin{pmatrix} 17.178 & 19.710 \\ 19.710 & 23.710 \end{pmatrix}.$$

Ugyanerre B országban 14 nap adatai alapján: $\bar{\mathbf{Y}} = (21.821, 22.843)^T$ és

$$\mathbf{S}_Y = \begin{pmatrix} 17.159 & 17.731 \\ 17.731 & 19.273 \end{pmatrix}.$$

Feltéve, hogy a vételi- és eladási árfolyamok 2-dimenziós normális eloszlást követnek a két országban, azonos kovarianciamátrixszal, vizsgálja meg azt a nullhipotézist, hogy a két országban a vételi- és eladási árfolyamok várható érték vektora megegyezik!