Hány fixpont nélküli permutációja van n elemnek?
Megoldás: Szereposztás a szita-módszer alkalmazásához:
$S : \{1, 2, \ldots, n\}$ az összes permutációk halmaza: $|S| = n!$;
A_i: az i elemet helybenhagyó permutáció ($i = 1, 2, \ldots, n$).
Kérdés: $|S \setminus (A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n)| =?$
Világos, hogy $|A_i| = (n-1)!$, $|A_i \cap A_j| = (n-2)!$, stb. Így

$$|S \setminus (A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n)| = |S| - \sum_{i=1}^{n} |A_i| + \sum_{i,j=1}^{n} (A_i \cap A_j) \pm \ldots + (-1)^n |A_1 \cap \ldots \cap A_n| =$$

$$n! - n(n-1)! + \binom{n}{2}(n-2)! - \binom{n}{3}(n-3)! \pm \ldots + (-1)^i \binom{n}{i}(n-i)! \pm \ldots + (-1)^n \binom{n}{n}(n-n)!$$

A binomiális együttható definíciója szerint $(-1)^i \binom{n}{i}(n-i)! = (-1)^i \frac{n!}{i!(n-i!)}(n-i)! = (-1)^i \frac{n!}{i!}$, vagyis

$$|S \setminus (A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n)| = n! \cdot \sum_{i=0}^{n} \frac{(-1)^i}{i!},$$

és mivel $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i!} = \frac{1}{e}$, ezért a megoldás:

$$|S \setminus (A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n)| = \left[n! \cdot \frac{1}{e} \right].$$