

Minimum követelmény

Analízis 1, 2019/20 I. félév

A definíciók és a tételek témakörök szerinti felsorolásban.

1. Metrikus terek.

Metrika. Nyílt, zárt, korlátos halmaz metrikus térben. Halmaz belső, torlódási, határ- és izolált pontja. Halmaz lezártja és belseje. Nyílt és zárt halmazok jellemzése metrikus altéren. Konvergencia és Cauchy-sorozat metrikus terekben. Metrikus tér teljessége és teljességi tétele. Sűrű halmaz. Első és második kategóriájú halmaz. Baire-féle kategóriatétel. Kompakt halmazok és tulajdonságaik. Cantor-féle közösrésztétel. Lokálisan kompakt halmazok. Bolzano–Weierstrass-tétel. Szeparábilis metrikus tér. Teljesen korlátos halmaz. Hausdorff-tétel. Függvények határértéke. Átviteli elv határértékekre. Függvény folytonossága. Átviteli elv folytonosságra. Folytonosság topologikus jellemzése. Homeomorfizmus és izometria. Weierstrass-féle maximum-minimum elv. Egyenletesen folytonos függvény. Heine-tétel. Kontrakció. Banach-féle fixponttétel. Ívszerűen összefüggő és összefüggő halmazok.

2. Normált terek.

Norma, normált tér, Banach-tér. Hölder egyenlőtlenség. Abszolút konvergens sorok és Banach terek kapcsolata. Folytonos lineáris leképezés normája. Folytonosság és korlátosság ekvivalenciája. Folytonos lineáris funkcionálok, a duális tér teljessége. Véges dimenziós terek, ekvivalens normák, Heine–Borel-tétel a kompakt halmazok jellemzéséről. Skalárszorozatos terek, Hilbert terek. Cauchy-Schwartz egyenlőtlenség. Bessel egyenlőtlenség, kifejtés ONB szerint, Parseval egyenlőség. Carl Neumann sor. Hahn–Banach-tétel. Egyenletes korlátosság tétele. Banach nyílt leképezés tétele. Zárt gráf tétel. Banach tétele korlátos inverz létezéséről. Normált terek szorzata. Folytonos multilineáris leképezés normája. Bernstein polinomok és egyenletes approximáció. Szétválasztó függvényhalmaz. Stone tétel. Stone-Weierstrass tétel.

3. Differenciálszámítás.

Normált terek között ható leképezések deriválhatósága és deriváltja. Függvények összegének és kompozíciójának deriválása. Vektorértékű és skalárértékű függvény szorzatának deriválása. A differenciálhatóságból következik a folytonosság. Iránymenti derivált. Operátorértékű hatványfüggvény deriválása.

Az alábbi tételek bizonyításának ismerete szükséges (ezek szerepelhetnek az írásbeli vizsgán):

Az órán elhangzott Hölder egyenlőtlenség, valamint Andai Attila jegyzetéből a következő tételek: 1.5, 1.10, 1.19, 1.25, 1.28, 1.30, 1.40, 1.46, 1.52, 1.56, 1.57, 1.58, 1.61, 1.67, 1.83, 2.12, 2.13, 2.21, 2.24/1, 2.24/2, 2.24/3, 2.33, 2.36, 2.37, 2.38, 2.63, 2.66, 2.70, 2.73, 2.75, 3.4, 3.8, 3.12.