Fourier vizsgatematika 2019

1. Fourier analízis véges Abel csoportokon I: karakterek, duális csoport, alaptulajdonságok (karakterek ortogonalitása, Plancherel (más néven Parseval) formula, konvolúció Fourier transzformáltja, eltolás és moduláció), maximális Fourier együttható, random halmazok (anyag: Babai 1-2.fejezet + Theorem 5.2 + feladatok 1-11).
2. Fourier analízis véges Abel csoportokon II: Gauss összegek, egyenletek megoldhatósága véges Abel csoportokon (Babai: 3-4 és 6. fejezetek)
3. Fourier analízis véges Abel csoportokon III: FFT és alkalmazása nagy számok szorzására, határozatlansági reláció véges csoportokon, Dirac-fésű Fourier transzformáltja avagy a véges Poisson összegzési formula (feladatok 18-24 + La Vigne Thm.56).
4. Fourier sorok I: Fejér tétele az átlagok egyenletes kovergenciájáról. Következmények: folytonos fv-t meghatározzák a Fourier együtthatói, a trigonometrikus polinomok sűrűn vannak, Weierstrass-tétele a polinomok sűrűségéről, a Fourier bázis teljessége, Parseval formula, L^2 és l^2 izometriája, legjobb közelítés L^2-ben.
5. Fourier sorok II: L^1 fv-ek Fourier transzformáltja: alaptulajdonságok (eltolás és moduláció, konvolúció és szorzás, legnagyobb Fourier együttható becslése a fv L^1-normájával), Riemann-Lebesgue lemma, Young egyenlőtlenség konvolúciókra, L^1 fv-t is meghatározzák a Fourier együtthatói, a konvolúció kisimít.
6. Fourier sorok III: C^2 fv-re vonatkozó egyenletes konvergencia tétel, Riemann lokalizációs lemma, Dini kritérium a konvergenciára, Gibbs jelenség a szakadási helyeken
7. Fourier sorok IV. Alkalmazások: Poisson mag és a Dirichlet feladat, Wirtinger egyenlőtlenség, hőterjedés köralakú vezetékben illetve intervallumon, húr rezgései.
8. Fourier transzformáció R-en I: a Schwartz-féle függvényosztály, a Fourier transzformáció bijekció S-en és érvényes az inverziós formula és a Parseval egyenlőség, a Fourier transzformáció L^2-re való kiterjesztése, Hermite függvények.
9. Fourier transzformáció R-en: L^1 elmélet: alaptulajdonságok (f^ folytonos, f^ sup-normája becsülhető f L^1 normájával, Riemann-Lebesgue lemma, konvolúció és szorzás, eltolás és moduláció, dilatáció, deriválás, injektivitás). Fv közelítése konvolúcióval, a konvolúció kisimít..
10. Határozatlansági reláció, Poisson összegzési formula, Shannon mintavételezési tétel, néhány konkrét függvény Fourier transzformáltja.
11. Disztribúciók és Fourier transzformáltjuk, Sobolev terek definíciója.
12. Alkalmazások: centrális határelsoszlás tétel, Minkowski tétel (többdimenziós Fourier transzformálttal), ablak-Fourier-transzformált. Haussdorff-Young egyenlőtlenség, Wiener sűrűségi tétele, Paley-Wiener tétel.
13. Ortogonális polinomok, Legendre-, Jacobi-, Hermite-, Csebisev-polinomok. Ortogonális polinmok gyökei, Gauss kvadratúra. A Csebisev polinomok extremális approximációs tulajdonsága.
14. Laplace transzformált: definíció, kapcsolat a Fourier transzfomrációval, kezdeti érték feladatok megoldása, stabilitás, késleltetett diffegyenletek stabilitása.
15. Waveletek: Haar-wavelet, multirezolúciós analízis, Shannon wavelet.
16. Approximáció elmélet elemei (csak záróvizsgára): Lagrange interpoláció (Thm. 5.1, Second proof), Faber tétel (Thm. 5.4 biz. nélkül), Kharshiladze, Lozinski tétel (Thm. 5.5, biz nélkül), Lebesgue konstans és Lebesgue tétel (Lemma 5.8, 5.9), Markov-egyenlőtlenség, Bernstein-egyenlőtlenég (Thm. 5.16, 5.17 biz nélkül), Korovkin tétel (Thm. 2.9, biz nélkül).