1/1. Házi feladat

1. Legyen p és q igaz vagy hamis matematikai kifejezés. Mutassuk meg, hogy

$$(p \wedge ((\neg p) \vee q)) \vee ((\neg p) \vee (\neg q))$$

mindig igaz.

2. Igazoljuk, hogy minden A, B és C halmazra $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ teljesül.

3. Igazoljuk, hogy minden A és B halmazra $A = B$ pontosan akkor teljesül, ha $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$.

4. Legyen A halmaz és $(A_i)_{i\in\mathbb{N}}$ halmazrendszer. Igazoljuk, hogy ekkor $A \setminus \left(\bigcup_{i\in\mathbb{N}} A_i\right) = \bigcap_{i\in\mathbb{N}}(A \setminus A_i)$.

5. Mutassuk meg, hogy minden $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ esetén $\sum_{k=1}^{n}(k^2 - 3k + 1) = \frac{1}{3}n(n^2 - 3n - 1)$.

6. Mutassuk meg, hogy minden $n \in \mathbb{N}$, $2 \leq n$ esetén $\sum_{k=2}^{n} \frac{4}{k^2 - 1} = \frac{3n^2 - n - 2}{n(n+1)}$.

7. Igazoljuk, hogy ha $n \in \mathbb{N}$, $4 \leq n$ akkor $2^n \leq n!$.

8. Teljes indukcióval mutassuk meg, hogy minden $n \in \mathbb{N}$ természetes számra

$$\sum_{k,l=0}^{n} \frac{1}{1+k+l} = 2 \sum_{0\leq k<l\leq n} \frac{1}{1+k+l} + \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{1+2k}$$

teljesül.

Határidő: $\boxed{\mathbf{2016.\ 09.\ 21.\ 12^{00}}}$

1/2. Házi feladat

1. Legyen $A, B \subseteq \mathbb{R}$ felülről korlátos halmaz. Igazoljuk, hogy $A \cup B$ is felülről korlátos, valamint $\sup(A \cup B) = \max\{\sup A, \sup B\}$ teljesül.

2. Legyen $A, B \subseteq \mathbb{R}$ alulról korlátos halmaz. Igazoljuk, hogy $A + B$ is alulról korlátos, valamint $\inf A + \inf B = \inf(A + B)$ teljesül.

3. Legyen $A, B \subseteq \mathbb{R}^+$ felülről korlátos halmaz. Igazoljuk, hogy minden $A, B \subseteq \mathbb{R}^+$ esetén AB felülről korlátos, valamint $(\sup A)(\sup B) = \sup(AB)$ teljesül.

4. Legyen $a, b, x_0, x_1 \in \mathbb{R}$ paraméter, és minden $n \in \mathbb{N}$ számra legyen $x_{n+2} = ax_n + bx_{n+1}$. Igazoljuk, hogy ha $b^2 + 4a = 0$ és $b \neq 0$, akkor minden $n \in \mathbb{N}$ számra

$$x_n = \left(x_0(1-n) + \frac{2n}{b}x_1\right) \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^n.$$

5. Tekintsük az

$$A = \left]-5, -1\right] \cup \left\{ \frac{1}{n^2} \;\middle|\; n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\} \cup \left[5, \infty\right[\subseteq \mathbb{R}$$

halmazt.
i.) Határozzuk meg az A halmaz belső, torlódási, határ- és izolált pontjait.
ii.) Adjuk meg az $\operatorname{Int} A$ és az $\overline{A}$ halmaz elemeit.

6. Igazoljuk, hogy minden $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ számra

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} \leq \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2}.$$

7. Igazoljuk, hogy minden $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ számra

$$8abc \leq (a+b)(b+c)(c+a).$$

8. Igazoljuk, hogy minden $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ számra

$$(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c) \leq abc.$$

Határidő: $\boxed{\textbf{2016. 09. 28. 12}^{\textbf{00}}}$

1/3. Házi feladat

1. Legyen $a_0 = 1$, és tekintsük az $a_{n+1} = \sqrt{7a_n + 8}$ rekurzióval meghatározott a sorozatot. Igazoljuk, hogy az a sorozat monoton növő és felülről korlátos.

2. A definíció szerint igazoljuk a $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5n^3 - 2n^2}{2n^2 - n} = \infty$ határértéket.

3. A definíció szerint igazoljuk a $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{8n+2}{2n-1} = 4$ határértéket. (Azaz minden $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$ számhoz adjunk meg egy jó $N \in \mathbb{N}$ küszöbindexet.)

4. A definíció szerint igazoljuk a $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2 - 10^8}{5n^6 + 3n^4 - 17} = 0$ határértéket. (Azaz minden $\varepsilon \in \mathbb{R}^+$ számhoz adjunk meg egy jó $N \in \mathbb{N}$ küszöbindexet.)

5. Számoljuk ki a $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{6n^4 - 3n^3 + 2n^2 - n + 1}{2n^4 + n^2 - 1}$ határértéket.

6. Számoljuk ki a $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{9n^2 + 3n + 18} - \sqrt{9n^2 + 3n + 6}\right)$ határértéket.

7. Számoljuk ki a $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{4n+1} - \sqrt{4n+2}}{\sqrt{64n+2} - \sqrt{64n+4}}$ határértéket.

8. Adjunk példát olyan $a, b : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ sorozatokra, melyek divergensek, azonban $a + b$ és ab már konvergens!

Határidő: $\boxed{\textbf{2016. 10. 05. } \mathbf{12^{00}}}$

2/1. Házi feladat

1. Tekintsük az $a : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $a_n = \dfrac{2\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) n^2 + (-1)^n n + 2}{n^2 + 3n - 1}$ sorozatot. Adjuk meg $\liminf\limits_{n\to\infty} a_n$ és $\limsup\limits_{n\to\infty} a_n$ értékeit.

2. Keressünk olyan $N \in \mathbb{N}$ küszöbindexet az $\varepsilon = 10^{-2}$ értékhez és az $a : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $a_n = \dfrac{2n-3}{n+1}$ sorozathoz, melyre minden $n, m \in \mathbb{N}$ számra $N < n, m$ esetén

$$|a_n - a_m| < \varepsilon$$

teljesül.

3. A Cauchy-sorozat definíciójával igazoljuk, hogy az $a : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ sorozat Cauchy-sorozat.

4. Számoljuk ki a $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n+5}{3n-4}\right)^{2n}$ határértéket.

5. Számoljuk ki a $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{4n+1}{7n+5}\right)^{\frac{n}{2}}$ határértéket.

6. Számoljuk ki a $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2n+1]{\dfrac{n^3+5n-2}{7n^4-n^2+17}}$ határértéket.

7. Számoljuk ki a $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2n]{\dfrac{4^n n^3 + 5^{2n} n - 2}{49^n n^4 + 17}}$ határértéket.

8. Konvergens-e az $a_0 = 4$, $a_{n+1} = \sqrt{8a_n - 7}$ $(n \in \mathbb{N})$ rekurzióval adott sorozat, és ha igen, mi a határértéke?

Határidő: $\boxed{\textbf{2016. 10. 19. } \mathbf{12^{00}}}$

2/2. Házi feladat

1. Igazoljuk, hogy a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\binom{2n}{n}}$ sor konvergens.

2. A sor konvergenciájának a definíciója alapján mutassuk meg, hogy a $\sum_n (-1)^n$ sor nem konvergens.

3. Igazoljuk, hogy a $\sum_n \frac{n^2 - n + 17}{2n^3 + 24n^2 - 15n + 2}$ sor divergens.

4. Igazoljuk, hogy a $\sum_n \frac{n^2 + 3n - 8}{n^4 - n^3 + 4n^2 - n + 4}$ sor konvergens.

5. Számoljuk ki $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{2n+1} + 17}{18^n}$ értékét.

6. Konvergens-e a $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2n+5}{2n+3}\right)^{(n^2)} \cdot \frac{1}{3^n}$ sor?

7–8. Milyen valós $x \in \mathbb{R}$ paraméterek esetén lesz konvergens a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^n(n^2+1)} \cdot x^n$ sor? (Külön-külön vizsgáljuk meg az $|x| > 2$, $|x| < 2$, $x = \pm 2$ eseteket!)

Határidő: $\boxed{\textbf{2016. 10. 19. } \mathbf{12^{00}}}$

2/3. Házi feladat

1. Konvergens, illetve abszolút konvergens-e a $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{n^2+1}$ sor?

2. Határozzuk meg, hogy pontosan mely valós x értékek esetén konvergens a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$ hatványsor.

3. Határozzuk meg az $A=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^5}$ szám értékét 10^{-3}-nél kisebb hibával.

4. Legyen $\alpha\in\mathbb{R}$. Mutassuk meg, hogy a $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n(\log n)(\log\log n)^{\alpha}}$ sor pontosan akkor konvergens, ha $\alpha>1$.

5. Legyen $q\in\,]-1,1[$ és $a:\mathbb{N}\to\mathbb{R}$, $a_n=q^n$. Mutassuk meg, hogy $(a*a)_n=(n+1)q^n$ teljesül, és ennek segítségével igazoljuk a

$$\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)q^n=\frac{1}{(1-q)^2}$$

formulát.

6. Legyen $a,b:\mathbb{N}\to\mathbb{R}$ tetszőleges sorozat. Teljes indukcióval igazoljuk az Abel-átrendezést, azaz mutassuk meg, hogy minden $n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}$ esetén

$$\sum_{k=0}^{n}a_kb_k=\sum_{k=0}^{n-1}\left((a_k-a_{k+1})\sum_{i=0}^{k}b_i\right)+a_n\sum_{k=0}^{n}b_n$$

teljesül.

7. A konvexitás definíciója alapján igazoljuk, hogy az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2$ függvény konvex.

8. Legyen $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ olyan függvény, mely az egész számegyenesen konvex és konkáv. Mutassuk meg, hogy ekkor léteznek olyan $a,b\in\mathbb{R}$ paraméterek, hogy minden $x\in\mathbb{R}$ esetén $f(x)=ax+b$.

Határidő: **2016. 10. 26. 12**$^{\mathbf{00}}$

3/1. Házi feladat

1. A konkavitás definíciójával mutassuk meg, hogy az $\sqrt{\cdot} : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x}$ függvény konkáv.

2. Az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 3x + 2$ függvényhez, az $a = 3$ ponthoz és az $\varepsilon = 10^{-2}$ paraméterhez keressünk olyan $\delta \in \mathbb{R}^+$ értéket, melyre az teljesül, hogy minden $x \in \,]a - \delta, a + \delta[\, \setminus \{a\}$ esetén $|f(x) - 2| < \varepsilon$.

3. A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{x \to 3} \left(2x^2 - x + 1\right) = 16$.

4. A határérték definíciója alapján igazoljuk, hogy $\lim\limits_{x \to \infty} \left(x^4 - 2x^3 + x^2 - 11\right) = \infty$.

5. Az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{6x + 1}$ függvényhez, az $a = 4$ ponthoz és az $\varepsilon = 10^{-2}$ paraméterhez keressünk olyan $\delta \in \mathbb{R}^+$ értéket, melyre az teljesül, hogy minden $x \in \mathbb{R}$, $|x - a| < \delta$ esetén $|f(x) - f(a)| < \delta$.

6. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9} = ?$

7. $\lim\limits_{x \to \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 3}) = ?$

8. $\lim\limits_{x \to \infty} x^3(2x - \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}) = ?$

Határidő: $\boxed{\mathbf{2016.\ 11.\ 02.\ 12^{00}}}$

3/2. Házi feladat

1. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sin(2x-2)}{\operatorname{tg}\left(\frac{x-1}{2}\right)}$ =?

2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(5x)}{\operatorname{sh}(4x)}$ =?

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(2x)-1}{\mathrm{e}^{4x}-1-4x}$ =?

4. Tekintsük az $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[8]{x}$ függvényt. Az $\varepsilon = 10^{-2}$ számhoz adjunk meg olyan $\delta \in \mathbb{R}^+$ paramétert, melyre minden $x_1, x_2 \in \mathbb{R}_0^+$ számra $|x_1 - x_2| < \delta$ esetén $|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon$ teljesül.

5. Adjunk meg olyan $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvényt, melyre $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} g(x) = 0$, de $\lim\limits_{x\to 0} f(g(x)) = 1$.

6. Legyen $f :]-1, 1[\to \mathbb{R}$ folytonos 0-ban és minden $|x| < 1$-re $f(x^4) = f(x)$. Mutassuk meg, hogy az f függvény állandó.

7. Legyen $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ folytonos, $x_1, \ldots, x_n \in [0, 1]$. Mutassuk meg, hogy van olyan $x \in [0, 1]$, melyre

$$f(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} f(x_k).$$

8. Legyen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Mutassuk meg, hogy ha minden $a \in \mathbb{R}$ esetén a $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ határérték létezik és véges, akkor a $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(a) = \lim\limits_{x\to a} f(x)$ függvény folytonos.

Határidő: **2016. 11. 9. 12^{00}**

3/3. Házi feladat

1. Legyen $f : \left]-\infty, \frac{1}{3}\right[\to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{1-3x}$. A derivált definíciója alapján számítsuk ki $f'(-3)$ értékét.

2. Legyen $g : \left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[\to \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt[5]{x^3 \operatorname{tg}(5x^2)}$. A derivált definíciója alapján számítsuk ki $g'(0)$ értékét.

3. Mutassuk meg, hogy az

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad x \mapsto \begin{cases} x^2 \sin\left(x^{-1}\right), & \text{ha} \quad x \neq 0; \\ 0, & \text{ha} \quad x = 0 \end{cases}$$

függvény mindenütt differenciálható.

4. Legyen $a, b \in \mathbb{R}^+$. Igazoljuk, hogy az $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ és a $g(x) = b/x$ függvények grafikonjai merőlegesen metszik egymást, azaz a metszéspontban az érintők merőlegesek egymásra.

5. Legyen

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad x \mapsto \begin{cases} (3x-1)^{-1}, & \text{ha} \quad x \geq 1; \\ ax + b, & \text{ha} \quad x < 1. \end{cases}$$

Milyen a, b esetén létezik $f'(1)$?

6. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 4}$. $f'(x) = ?$

7. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + \operatorname{th}^2(1+x)}$. $f'(x) = ?$

8. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 5^{2\cos x - \sin x}$. $f'(x) = ?$

Határidő: $\boxed{\mathbf{2016.\ 11.\ 16.\ 12^{00}}}$

4/1. Házi feladat

1. Igazoljuk, hogy $0 < a < b$ esetén $\dfrac{b-a}{b} < \log\left(\dfrac{b}{a}\right) < \dfrac{b-a}{a}$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\mathrm{e}^x - 1}\right) = ?$

3. Legyen $a \in \left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$ tetszőleges. Számoljuk ki a $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} a}\right)^{\frac{1}{\operatorname{tg}(x-a)}}$ határértéket.

4. Igazoljuk, hogy az $\sqrt[3]{\cdot} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt[3]{x}$ függvény egyenletesen folytonos.

5. Számoljuk ki $\operatorname{arsh}^{(21)}(0)$ értékét.

6. Mutassuk meg, hogy minden $x \in \mathbb{R}$ esetén a $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\left(1 - \operatorname{ch}\dfrac{x}{k}\right)$ sor konvergens.

7–8. Legyen $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x+2)\,\mathrm{e}^{1/x}$. Végezzünk függvényvizsgálatot:
   a.) $\lim\limits_{x\to -2\pm 0} f(x) = ?$
   b.) $\lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x) = ?$
   c.) Mely intervallumo(ko)n monoton növő illetve csökkenő a függvény?
   d.) Mely intervallumo(ko)n konvex illetve konkáv a függvény?
   e.) Adjuk meg a függvény lokális illetve globális szélsőértékeit.
   f.) Vázlatosan ábrázoljuk a függvényt.

Határidő: $\boxed{\mathbf{2016.\ 11.\ 23.\ 12^{00}}}$

4/2. Házi feladat

1. Igazoljuk, hogy ha f kétszer differenciálható az a pontban, akkor

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+2h)-2f(a+h)+f(a)}{h^2}=f\text{''}(a)$$

teljesül.

2. Adjuk meg az $r\in\mathbb{R}^+$ surgarú gömbbe írható maximális térfogatú egyenes körkúp alapkörének a sugarát.

3. Helyettesítéssel számoljuk ki az alábbi integrálokat.

$$\int\frac{\mathrm{e}^{2x}+1}{\mathrm{e}^{3x}}\,\mathrm{d}\,x \qquad \int\frac{x^6}{x^2+1}\,\mathrm{d}\,x$$

4. Számoljuk ki az $\int g(f(x))f'(x)\,\mathrm{d}\,x$ típusú integrálokat.

$$\int\frac{\sin 2x}{4+3\sin^2 x}\,\mathrm{d}\,x \qquad \int\sqrt{\frac{\operatorname{arsh} x}{1+x^2}}\,\mathrm{d}\,x$$

5. Számoljuk ki a parciális integrálokat.

$$\int(2x-1)\operatorname{ch}(x+3)\,\mathrm{d}\,x \qquad \int\log^2 x\,dx$$

6. Számoljuk ki az $\displaystyle\int\frac{x+x^2}{1+x^3}\,\mathrm{d}\,x$ integrált.

7. Számoljuk ki az $\displaystyle\int\frac{3x^3+12x^2+13x+7}{(x+2)^2(x^2+1)}\,\mathrm{d}\,x$ integrált.

8. Legyen $I\subseteq\mathbb{R}$ nyílt intervallum, $f:I\to\mathbb{R}$ szigorúan monoton és differenciálható függvény, legyen F a f egy primitív függvénye és legyen $\varphi=f^{-1}$. Bizonyítsuk be, hogy

$$\int\varphi(t)\,\mathrm{d}\,t=t\varphi(t)-F(\varphi(t))+C$$

teljesül.

Határidő: $\boxed{\mathbf{2016.\ 11.\ 30.\ 12^{00}}}$

4/3. Házi feladat

1. Igazoljuk az alábbi formulákat.
   1. $\displaystyle\int_1^2 \frac{\sqrt{3}x}{(4x^2-1)^{\frac{3}{2}}}\,\mathrm{d}\,x = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{5}}{20}$
   2. $\displaystyle\int_0^\pi x\,\mathrm{e}^x \sin x\;\mathrm{d}\,x = \frac{\mathrm{e}^\pi(\pi-1)-1}{2}$
   3. $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} (x^2+x+1)\ln(3x)\;\mathrm{d}\,x = \frac{2\,\mathrm{e}^3}{9} + \frac{\mathrm{e}^2}{4} + \frac{49}{36}$
   4. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^4 x)(\cos^2 x)\;\mathrm{d}\,x = \frac{\pi}{32}$
   5. $\displaystyle\int_0^{\pi} (\sin^4 x)(\cos^4 x)\;\mathrm{d}\,x = \frac{3\pi}{128}$
   6. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x)(\cos^3 x)\;\mathrm{d}\,x = \frac{1}{12}$
   7. $\displaystyle\int_0^1 \frac{2x}{(x^2+1)(x+1)}\;\mathrm{d}\,x = \frac{\pi}{4} - \frac{\log 2}{2}$
   8. $\displaystyle\int_0^1 \frac{2x^2}{(x+1)^2}\;\mathrm{d}\,x = 3 - 4\log 2$

2. Számoljuk ki a következő impropius integrálokat, ahol $a, b \in \mathbb{R}^+$, $a < b$ paraméter.
   1. $\displaystyle\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\sqrt{x}}\;\mathrm{d}\,x$
   2. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{1+x^4}\;\mathrm{d}\,x$
   3. $\displaystyle\int_0^\infty \mathrm{e}^{-bx}\sin(bx)\;\mathrm{d}\,x$
   4. $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{3^x-1}\;\mathrm{d}\,x$
   5. $\displaystyle\int_1^\infty \frac{\log x}{x^2}\;\mathrm{d}\,x$
   6. $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{x^2+x+1}\;\mathrm{d}\,x$
   7. $\displaystyle\int_a^b \frac{1}{\sqrt{(x-a)(b-x)}}\;\mathrm{d}\,x$
   8. $\displaystyle\int_0^1 \log x\;\mathrm{d}\,x$

Határidő: $\boxed{\textbf{2016. 12. 07. 12}^{\textbf{00}}}$