

Minimum követelmény

Kalkulus 2, 2016/17 II. félév

Az alábbi fogalmaknak az ismerete szükséges a sikeres szóbeli vizsgához.

1. \mathbb{R}^n topológiája.

$B_r(x)$. Nyílt, zárt, korlátos halmaz. Halmaz belső, torlódási, határ és izolált pontja. Halmaz belseje és lezártja. Az $a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^n$ sorozat határértéke. Cauchy-sorozat. Kompakt halmaz. Bolzano–Weierstrass-tétel (a kompaktság jellemzése sorozatokkal). Cantor-féle közösrész-tétel. Függvény határértéke. Függvény folytonossága. Átviteli elv határértékre. Átviteli elv folytonosságra. A folytonosság topologikus jellemzése. Weierstrass-féle maximum- minimum elv. Egyenletesen folytonos függvények. Heine-tétel. Kontrakció. Banach-féle fixponttétel. Összefüggő és ívszerűen összefüggő halmazok. Skaláris szorzás. Cauchy–Schwartz–Bunyakovszkij-egyenlőtlenség. Ortonormált vektorrendszer skalárszorozatos téren.

2. Differenciálszámítás.

Az $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ függvény deriváltja. Az összetett függvény deriválási szabálya. Iránymenti derivált. Parciális derivált. Gradiens. Függvény derivált (Jacobi-) mátrixa. Jacobi determináns. Divergencia és rotáció. Young-tétel kétszer folytonosan differenciálható $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ függvény másodrendű deriváltjaira. Lokális maximum, minimum, szigorú maximum, szigorú minimum, lokális szélsőérték és szigorú lokális szélsőérték. A lokális szélsőérték jellemzése nem elfajult második deriválttal rendelkező skalárfüggvény esetén. A feltételes szélsőérték létezésének szükséges feltétele. Implicitfüggvény-tétel. Inverzfüggvény-tétel.

3. Integrálszámítás.

Térgörbe paraméterezése és ívhossza. Skalár- és vektorértékű függvény vonalmenti integrálja. Felület paraméterezése, normálvektora és felszíne. Skalár- és vektorértékű függvény felületi integrálja. Tértartomány paraméterezése és térfogata. Skalárértékű függvény integrálja tértartományon. Gauss–Osztrogradszkij-tétel és Stokes-tétel. Polár, henger és gömbi koordináták és Jacobi-determinánsuk.

4. Függvénysorozatok és függvénysorok.

Függvénysorozat határfüggvénye, pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Weierstrass-tétel függvénysorok egyenletes konvergenciájáról. Hatványsorok. Konvergenciasugár, Cauchy–Hadamrad-tétel és Abel-tétel hatványsorokról. Függvénysorozat és függvénysor tagonkénti differenciálhatóságának kritériuma. Korlátos halmazon értelmezett folytonos függvényekből álló függvénysorozat és függvénysor tagonkénti integrálásának kritériuma.

5. Fourier-sorfejtés.

Trigonometrikus polinom. Fourier-együtthatók és Fourier-sor. Dirichlet-féle lokalizációs tétel. Riemann–Lebesgue-lemma.