

- Legyenek  $w$  és  $z$  komplex számok. Melyek igazak az alábbiak közül?
  - $w^2 = z^2 \implies w = \pm z$ ,
  - $|w| = |z| \implies w = \pm z$ ,
  - $\arg(w^2) = \arg(z^2) \implies \arg(w) = \arg(z)$ ,
  - $w^2 = z^2 \implies \arg(|w|) = \arg(|z|)$ .
- Mik  $-\sqrt{3} + i$  ötödik gyökei?
- 2 és  $i$  egy négyzet két csúcsa a komplex számsíkon. Mik lehetnek a többi csúcsok?
- Mi az összege és szorzata az 5. primitív egységgyököknek? És a primitív 8. egységgyököknek?
- Adj explicit formulát a  $\binom{n}{0} - \binom{n}{2} + \binom{n}{4} - \dots$  kifejezésre. Útmutatás hasonlítsd össze  $(1+i)^n$  algebrai és trigonometrikus alakját!
  - Számold ki  $(\cos x + i \sin x)^3$ -t két különböző módon! Ennek a segítségével fejezd ki  $\cos(3x)$ -t a  $\cos x$  függvényeként!
- A Horner-módszer segítségével
  - emelj ki az  $a(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ -ből  $x - 3$ -t,
  - keres  $b(x) \in \mathbb{Z}[x]$ -t, melyre  $a(x) = b(x - 3)$ !

- 
- Legyen  $z_1, z_2$  és  $z_3 \in \mathbb{C}$ ,  $w = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ . Mutasd meg, hogy a következők ekvivalensek:
    - $z_1 z_2 z_3$  egy szabályos háromszög pozitív körüljárással (azaz a csúcsok az óramutató járásával ellentétesen vannak)
    - $z_1 + z_2 w + z_3 w^2 = 0$ .
  - Legyen  $\varepsilon$  egy primitív  $n$ . egységgyök. Mi lehet a)  $-\varepsilon$  és b)  $\varepsilon^k$  rendje?
  - Az  $a \in \mathbb{R}$  paraméter mely értékére  $(x+1)^2 |x^5 - ax^2 - ax + 1|$ ?
  - Mutasd meg, hogy minden páratlan fokú valós együtthatós polinomnak van legalább egy valós gyöke!

A feladatsorok elérhetők az előadó honlapján: [www.math.bme.hu/~merdelyi/bevalg1/](http://www.math.bme.hu/~merdelyi/bevalg1/)