

- Legyen  $B = ((1, 0, 1)^T, (0, 2, -1)^T, (1, 1, 0)^T)$ .
  - Mutasd meg, hogy  $B$  bázis  $\mathbb{R}^3$ -ben!
  - Mi az  $(1, 0, 0)^T$  vektor  $B$  szerinti koordinátavektora?
  - Mely  $\underline{w} \in \mathbb{R}^3$  vektorra lesz  $[w]_B = (5, 1, -2)^T$ ?
- Keress az  $A$  mátrix oszlopai közül egy maximális lineárisan független rendszert! Írd a többi oszlopot az előbbieket lineáris kombinációjaként! Keress egy bázist  $\mathcal{N}(A)$ -ban (ahol  $\mathcal{N}(A)$  az  $A$  mátrix nulltere)!

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Mi az  $A = (\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3) \in \mathbb{R}^{4 \times 3}$  mátrix redukált sorlépcsős alakja, ha tudjuk, hogy  $\underline{a}_3 = \underline{a}_1 - 2\underline{a}_2$  és  $\underline{a}_1 \notin \text{Span}(\underline{a}_3)$ ?
- Legyen  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ .
  - Az alábbi kifejezések közül melyek értelmesek? Számold ki az értéküket!  
 $A + B, A + C, A + D, B + A, B + D, AB, BA, AC, CA, CD, DC, A^2, B^2, C^2, D^2$ .
  - Mi a rangja az előbbi mátrixoknak?
- Igazak-e az alábbi azonosságok minden  $n \times n$ -es mátrixra?
  - $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$
  - $(A + I)(A - I) = A^2 - I^2$
  - $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
  - $(AB)^T = A^T B^T$

- Legyen  $\underline{a} = (1, 0, -1, 2)^T$ ,  $\underline{b} = (1, 1, 0, 1)^T$  és  $\underline{c} = (0, 2, 1, 0)^T \in \mathbb{R}^4$ . Mutasd meg, hogy  $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$  lineárisan függetlenek!  $\underline{v} = (1, 0, 0, 0)^T$  és  $\underline{w} = (1, 1, 1, 1)^T$  közül melyik áll elő  $\underline{a}, \underline{b}$  és  $\underline{c}$  lineáris kombinációjaként? Amelyik előáll, annak számold ki az együtthatóit is!
- A X/4-es feladat részalmazai közül keress bázist azokban, amelyek alterek!
- Mely sor és oszlopműveletek felelnek meg az alábbi mátrixokkal való szorzásnak??

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

- Mi az  $A$  és  $B$  mátrixok rangja, ha  $a_{jk} = j + k$  és  $b_{jk} = j^2 + k^2$ ?
- Vannak-e olyan  $C \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  és  $D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  mátrixok, melyekre
  - $C \neq 0$  és  $C^2 = 0$ ;
  - $D^2 \neq 0$  és  $D^3 = 0$ ?