

1. Bontsd fel az  $f(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + 2$  polinomot irreducibilisek szorzatára  $\mathbb{Q}$  és  $\mathbb{Z}_3$  felett! (4 pont)
2. Mennyi a  $p(x) = x^4 - 5x^3 + 15x^2 - 20$  polinom gyökeinek szorzata, összege és négyzetösszege? Hány valós gyöke van? (3 pont)
3. Mutasd meg, hogy ha  $p \in \mathbb{N}$  prímszám, akkor  $\Phi_{p^2}(x) = \Phi(x^p)$ . Mennyi  $\Phi_{27}(x)$ ?  
Itt  $\Phi_n(x) = \prod_{\varepsilon \in \mathcal{V}\bar{1}} (x - \varepsilon)$  az  $n$ . körosztási polinom. (3 pont)

4. Az  $a$  paraméter értékétől függően hány megoldása van az alábbi lineáris egyenletrendszernek  $\mathbb{R}$  és  $\mathbb{Z}_5$  felett? (4 pont)

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 1 \\ 6x - 3y + 2z = 1 \\ 2x + 4y + az = a \end{cases}$$

5. Legyen  $V$  egy vektortér és  $S = \{\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4\} \subset V$  lineárisan független. Lineárisan függetlenek-e a következő halmazok? (3 pont)
  - a)  $\{\underline{v}_1 + \underline{v}_2, \underline{v}_2 + \underline{v}_3, \underline{v}_3 + \underline{v}_1\}$  és
  - b)  $\{\underline{v}_1 + \underline{v}_2, \underline{v}_2 + \underline{v}_3, \underline{v}_3 + \underline{v}_4, \underline{v}_4 + \underline{v}_1\}$ .

6. Számold ki az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  mátrix inverzét! (3 pont)

60 percig lehet dolgozni a feladatokon, a zh 10 ponttól sikeres. Jegyzet, könyv, stb nem használható!  
A feladatok **nem** nehézségi sorrendben vannak.

Jó munkát!