

1. Legyen \mathbb{F} test és $p, q \in \mathbb{F}[x]$ polinomok. Melyek igazak az alábbiak közül?
 - a) Ha p irreducibilis, akkor nincs gyöke.
 - b) Ha p -nek nincs gyöke, akkor p irreducibilis.
 - c) Ha p -nek és q -nak van közös gyöke, akkor $(p, q) \neq 1$.
 - d) Ha p -nek és q -nak ugyanazok a gyökei ugyanolyan multiplicitással, akkor p és q egymás egységszeresei.Milyen plusz feltétellel lesznek igazak (az eddig hamis) állítások?
 2. Melyek a
 - a) 4 fokszámú irreducibilis polinomok $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ felett és
 - b) a 2 és 3 fokszámú irreducibilis polinomok $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ felett?
 3. Oszd el maradékosan az $x^4 - 2x + 5$ -t
 - a) $x^2 - x + 2$ -vel,
 - b) $x + 1$ -gyel,
 - c) $(x + 1)^2$ -nel és
 - d) $x^2 - 1$ -gyel!
 4. Mi az $a(x) = x^3 - 2x^2 + x - 1$ és $b(x) = x^2 + 2$ legnagyobb közös osztója? Az euklideszi algoritmus segítségével keress p és q polinomokat, melyekre $(a, b) = pa + qb$!
 5. Mi az $(x - 2)^2(x + i)^5(x - 3)(x - 4)^2$ és $(x - 2)(x + i)^2(x - 3)^3$ polinomok legnagyobb közös osztója és legkisebb közös többszöröse $\mathbb{C}[x]$ -ben?
-

6. Mennyi a $(-6x^3 + 6x^2 - 12, 3x^2 - 3x - 6)$ legnagyobb közös osztó $\mathbb{Q}[x]$ -ben (és $\mathbb{Z}[x]$ -ben)?
7. Melyek azok a legkisebb fokú polinomok a) $\mathbb{C}[x]$ -ben és b) in $\mathbb{R}[x]$ -ben, melyeknek i kétszeres gyökük és 1 háromszoros gyökük?
8. Hány irreducibilis osztója van a $-6x^3 + 6x^2 - 12$ polinomnak $\mathbb{Q}[x]$ -ben, $\mathbb{Z}[x]$ -ben, $\mathbb{R}[x]$ -ben és $\mathbb{C}[x]$ -ben?
9. Mik az alábbi polinomok gyökei $\mathbb{C}[x]$ -ben, $\mathbb{R}[x]$ -ben és $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})[x]$ -ben? Bontsd őket irreducibilisek szorzatára!
 - a) $2x^3 - 7x^2 + 2$
 - b) $x^5 + 1$