

1. Mi az alábbi lineáris transzformációk sztenderd mátrixa?
 a) Merőleges vetítés az $x + 2y - 3z = 0$ síkra,
 b) Tükrözés az $x + 2y - 3z = 0$ síkra és
 c) Forgatás az $x = y = z$ tengely körül 90° -kal.
2. Számold ki az alábbi determinánsokat sorműveletekkel:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 9 \end{vmatrix} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 5 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{d) } \begin{vmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{vmatrix}_{(n \times n)}$$

3. Legyen $A \in \mathbb{F}^{5 \times 5}$ mátrix, melyre $\det(A) = 3$. Mi a következő mátrixok determinánsa?
 a) $2A^{-1}$, b) $(2A)^{-1}$ és c) $A^2 \cdot A^T \cdot A^{-1}$?
4. Mi a következő determináns értéke?

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \dots & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2 & 2 & 2 & \dots & n \end{vmatrix}$$

5. Mennyi

$$\begin{vmatrix} b & a & a \\ a & b & a \\ a & a & b \end{vmatrix}!$$

Hogy lehet ezt általánosítani $n \times n$ -es mátrixokra?
 Mennyi a mátrix rangja (n -től, a -tól és b -től függően)?

6. Számold ki a Vandermonde-determinánst, azaz mutasd meg az alábbi azonosságot:

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i).$$