

1. a) Mi az inverziók száma az  $5, 1, 2, 4, 3$  és a  $2, 3, \dots, n, 1$  permutációkban?  
 b) Mi az  $i$  és  $j$  értéke az  $1, 2, 3, 4, 5, 6$  elemek  $2, 5, i, 3, j, 1$  permutációjában, ha az inverziók száma páros?

2. Számold ki a következő determinánsokat inverziószámokkal:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Számold ki az alábbi determinánsokat (a lehető leggyorsabban)!

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c+d & c^2+d^2 \end{vmatrix} \quad \text{d) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \ddots & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \end{vmatrix}_{(n \times n)}$$

4. Oldd meg az alábbi lineáris egyenletrendszert a Cramer-szabály segítségével!

$$\begin{aligned} x + y + z &= 10 \\ x + 2y + 3z &= 23 \\ x + 4y + 9z &= 59 \end{aligned}$$

5. Számold ki az alábbi mátrix inverzét determinánsokkal!

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

6. Mi az alábbi mátrix rangja? Keress maximális nemnulla aldeterminánst!

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$