

2. ZH

2015. december 1. 18:00

Felsőbb Matematika Informatikusoknak – Sztochasztika

Munkaidő: 50 perc. Minden feladat $6\frac{2}{3}$ pontot ér.

1. Egy 1000 oldalas könyvben 500 sajtóhiba van, véletlenszerűen elszórva.
 - a.) Körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy a 13-adik oldalon legalább 2 sajtóhiba van?
 - b.) Körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy a 13-adik oldalon legalább 2, a 666-odikon pedig legfeljebb 2 sajtóhiba van?
2. Egy tanuló algoritmus egy végtelen hosszú adatsor megfigyelése során minden lépésben tippel a következő adatra, mégpedig egyre ügyesebben: az n -edik tipp az előzményektől függetlenül p_n valószínűséggel hibás, és p_n csökken. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az algoritmus végtelen sokszor téved,
 - a.) ha $p_n = \frac{1}{n+100}$,
 - b.) ha $p_n = \frac{1}{(n+1)^2}$?
3. Egy hálózati kiszolgáló minden beérkező igényt pontosan 1 időegység alatt szolgál ki. Az igények pedig $\frac{2}{3}$ rátájú Poisson folyamat szerint érkeznek és állnak be a kiszolgálási sorba, vagyis az egy igény kiszolgálásával töltött 1 időegység alatt érkező újabb igények száma $\frac{2}{3}$ paraméterű Poisson eloszlású, és független az előzményektől. A $t = 0$ pillanatban az addig üres sorba megérkezik az első igény, és ezzel kezdetét veszi egy „foglaltsági periódus”, ami addig tart, amíg egy igény kiszolgálása után újra üres nem lesz a sor. Számoljuk ki a foglaltsági periódus hosszának várható értékét!