

## 2. ZH pótlása

2015. május 14. 08:00

Felsőbb Matematika Informatikusoknak – Sztochasztika

Munkaidő: 70 perc. Minden feladat  $6\frac{2}{3}$  pont.

1. Van négy szabályos dobókockánk: egy fehér, egy sárga, egy kék és egy piros.
  - a.) A fehérrel dobunk egyszer. Jelölje  $X$  a dobott számot. Mi  $X$  generátorfüggvénye?
  - b.) A sárgával dobunk hatszor. Jelölje  $Y$  a dobott számok összegét. Mi  $Y$  generátorfüggvénye?
  - c.) A kékkel dobunk egyszer. Ezután a pirossal dobunk annyiszor, amennyit a kékkel dobtunk. Jelölje  $Z$  a piros kockával dobott számok összegét. Mi  $Z$  generátorfüggvénye?
  
2. Egy véletlen algoritmust megvalósító folyamatnak 3 részfeladatot kell megoldani, mielőtt kilép. Ezek mindegyikét a többitől függetlenül  $\frac{2}{3}$  valószínűséggel azonnal meg tudja oldani, a maradék  $\frac{1}{3}$  valószínűséggel viszont indítania kell hozzá egy ugyanolyan al-folyamatot, mint az eredeti. Ezeket az eredeti folyamat gyerekeinek nevezzük. Egy ilyen al-folyamatnak aztán megint 3 részfeladat jut, amik egymástól és az előzményektől is függetlenül  $\frac{1}{3}$  valószínűséggel eredményeznek újabb al-folyamatot, stb...
  - a.) Legyen  $X$  a legelső folyamat által indított al-folyamatok száma. Mi  $X$  eloszlása?
  - b.) Nevezzük a legelső folyamat gyerekeinek gyerekeit úgy, hogy a legelső folyamat „unokái”. Mennyi a valószínűsége, hogy nincs a legelső folyamatnak unokája?
  - c.) Mennyi a valószínűsége, hogy az algoritmus sikeresen lefut - vagyis hogy a legelső folyamat előbb-utóbb kilép?
  - d.) Mennyi az algoritmus lefutásáig végrehajtott al-folyamatok számának várható értéke?
  
3. Kati minden nap más-más színű blúzban jár. Piros, fehér és világoskék között váltogat. Piros után mindig fehér következik, fehér után viszont érmedobással dönt arról, hogy piros vagy világoskék következzen-e. Világoskék után kockát dob: ha az eredmény 5-ös vagy 6-os, akkor fehér következik, egyébként piros.
  - a.) Írjuk fel Kati blúza színének, mint Markov láncnak az átmenetmátrixát!
  - b.) Ha Kati blúza május 14-én piros, mennyi a valószínűsége, hogy május 18-án is piros?
  - c.) Adjunk képletet annak valószínűségére, hogy Kati blúza május 31-én világoskék, feltéve, hogy május 14-én piros volt.