

# Sztochasztika 2 félévizsga

Felsőbb matematika informatikusoknak – Sztochasztika

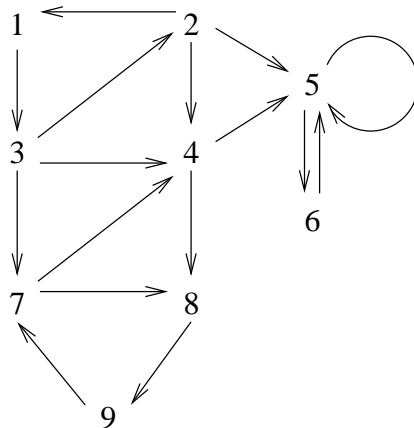
2015. december 22. 8:00. Munkaidő: 90 perc.

1. (5 pont) Legyen  $X_1, X_2, \dots$  független, azonos eloszlású valószínűségi változók sorozata  $m = 5$  várható értékkel és  $\sigma = 1$  szórással. Mennyi a

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P} \left( \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} > 4 \right)$$

határérték?

2. (5 pont) Az 1. ábrán látható gráf egy diszkrét idejű, időben homogén Markov lánc pozitív valószínűségű



1. ábra. Markov lánc gráf-reprezentációja (valószínűségek nélkül)

egylépéses átmeneteit mutatja. Osztályozzuk az állapotokat aszerint, hogy melyik melyikkel érintkezik! Minden osztályról állapítsuk meg, hogy

- zárt-e vagy nyílt,
- lényeges-e vagy lényegtelen,
- visszatérő-e vagy átmeneti,
- mennyi a periódusa.

3. (10 pont) Egy folytonos idejű Markov láncsal modellezhető eszköz kétféle állapotban lehet – nevezzük ezeket „kikapcsolt” és „bekapcsolt” állapotnak. Egy kikapcsolást követően átlagosan 1 órát tölt kikapcsolt állapotban, mielőtt a bekapcsolt állapotban kerülne. Egy bekapcsolás után viszont átlagosan 10 perc után kerül kikapcsolt állapotba.

a.) Írjuk fel a Markov lánc infinitezimális generátorát! (Az időt mérjük órában.)

b.) Ha az eszköz kezdetben ki van kapcsolva, mennyi annak közelítő valószínűsége, hogy 1 perc múlva is ki van kapcsolva?

c.) Ha az eszköz kezdetben ki van kapcsolva, mennyi annak közelítő valószínűsége, hogy 20 óra múlva is ki van kapcsolva?

d.) Az eszköz teljesítménye kikapcsolt állapotban 10 Watt, bekapcsolt állapotban 300 Watt. Mennyi az átlagteljesítmény hosszú távon?

4. (5 pont) Egy internetes szolgáltatónak 100000 regisztrált felhasználója van, akik mindegyike a többitől függetlenül valamekkora valószínűséggel belép kedd este. Ez a valószínűség a felhasználók negyedénél 0.9, másik negyedénél 0.5, harmadik negyedénél 0.2, a maradék egynegyednél pedig 0. Adjunk nagy eltérés becslést annak valószínűségére, hogy a kedd este belépők száma eléri a 41000-t.