3) Alkalmazzunk elágazó folyamatot; ez ügyfelek az egyedek, egy ügyfél közvetlen utódai azok, akik az ő kiszolgálása alatt álltak be a sorba.
Az utódeloszlás generátorfüggvénye $G(z)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}z+\frac{1}{3}z^2$, várható értéke $G'(1)=1$, azaz a folyamat kritikus, és így

a) $P(\text{kihalás}) = P(\text{üres lesz a sor}) = 1$

b) $E(N) = E(\text{összes ügyfél a kihalás előtt}) = \infty$

1. a) A kalácsban a gyümölcsdarabok Poisson-folyamat szerint helyezkednek el, a folyamat rátája 10 gyümölcsdarab/szelet
$\Rightarrow$ egy szeletbe eső darabok száma $X \sim Poi(10)$,

$$P(X=10) = \frac{10^{10}}{10!} e^{-10} \approx 0,125$$

b) Móricka és Pistike kalácsába eső gyümölcsdarabok száma független, ezért a kérdés valójában P(Pistike kalácsában 10 marsola és 0 dió van). A kalácsban a dió és marsola darabok száma független (ritkított Poisson-folyamat), a ráták 7 marsola / szelet és 3 dió/szelet, így

$$P(10 \text{ marsola és } 0 \text{ dió}) = P(10 \text{ marsola}) \cdot P(0 \text{ dió}) =$$

$$= \frac{7^{10}}{10!} e^{-7} \cdot \frac{3^0}{0!} e^{-3} \approx 0,00353$$

2. Jelölje A_n azt az eseményt, hogy a béka az n. lépésben elugrik a helyéről. Ekkor $P(A_n) = p_n = \frac{1}{2^n}$.
$\sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 1 < \infty$, így a Borel-Cantelli lemma szerint majdnem biztosan csak véges sok A_n következik be, azaz a béka egy idő után nem ugrik $\Rightarrow X_n$ konstans egy idő után $\Rightarrow X_n$ konvergens (majdnem biztosan).