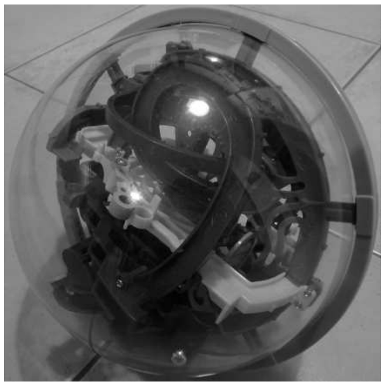
Sztochasztika 2 vizsga Felsőbb matematika tárgy.

2014. január 14. 12:00. Munkaidő: 60 perc.

1. Legyen Z_k Galton-Watson elágazó folyamat, ahol az egylépéses utódszám-eloszlás generátorfüggvénye $g(z) = e^{z-1}$. Mennyi a valószínűsége, hogy a folyamat előbb-utóbb kihal? *(5 pont)*

2. Egy vizsgán 120 hallgató jelenik meg, közülük 90 készült, 30 pedig nem. Aki készült, 90% valószínűséggel megy át, aki viszont nem, az csak 30%-kal. Adjuk nagy eltérés becslést annak valószínűségére, hogy a hallgatók legalább fele megbukik. *(6 pont)*

3. Móricka egy golyós ügyességi játékot játszik, ahol egy csapágygolyót kell végigvezetni egy akadálypályán. Az első pályát gyakorolja, ahol 3 nehéz akadályon kell átjutni. Móricka az első akadályon $\frac{1}{4}$, a másodikon $\frac{1}{3}$, a harmadikon $\frac{1}{2}$ valószínűséggel *bukik el*, az előzményektől függetlenül. Ilyenkor a golyó „leesik", és Móricka kezdheti az egészet elölről. Ellenkező esetben továbbjut a következő akadályhoz. Ha véletlenül mindhárom akadályon sikerül túljutnia, akkor szintén újrakezdi a legelejéről.
   Jelölje X_n azt, hogy n lépés után Móricka éppen hány akadályon van túl – így X_n lehetséges értékei $0, 1, 2, 3$.



Magical Intellect Ball

   a.) Írjuk fel az X_n Markov lánc átmenetmátrixát. *(2 pont)*

   b.) Hosszú távon melyik állapotban lesz a Markov lánc legtöbbször, és a lépések mekkora hányadát tölti Móricka ezzel a leggyakoribb akadállyal? *(4 pont)*

   c.) Hosszú távon hanyadik akadályon *bukik el* legtöbbször Móricka, és a bukások mekkora hányada történik ezen az akadályon? *(2 pont)*

4. Egy (esetleg) hamis dobókockán a 6-os valószínűsége valami ismeretlen $p \in (0; 1)$, az összes többi szám valószínűsége pedig azonos, $\frac{1-p}{5}$. A kockával 10-szer dobva mintát vettünk az eloszlásból, és azt kaptuk, hogy $5; 6; 4; 3; 4; 6; 3; 1; 6; 3$. Adjunk maximum likelihood becslést p értékére. *(6 pont)*