

1. feladatsor

Feltételes valószínűség, nevezetes eloszlások, Poisson-folyamat

2011. október 28.

- 5 szabályos érmét feldobunk, mi a valószínűsége, hogy pontosan 2 fejet kapunk?
- Jelölje X egy szabályos kockával való dobás után a felső lapon lévő számot. Számoljuk ki X várható értékét.
- Nagyon sok kétgyermekes család közül választunk véletlenszerűen egyet. Megtudjuk, hogy legalább az egyik gyermek lány, mennyi a valószínűsége, hogy fiú is van a családban? Mi a valószínűsége, hogy 2 fiú van a családban?
- Két szabályos kockát feldobunk. Jelölje E_1 azt az eseményt, hogy a kockákon az összeg 6 és jelölje F azt az eseményt, hogy az első kockán 4-es jött ki. Mutassuk meg, hogy E_1 és F nem függetlenek. Legyen E_2 az az esemény, hogy a kockákon az összeg 7. E_2 független F -től?
- Egy tesztvizsgán 20 kérdés van, mindegyikre igen vagy nem a válasz. Minden kérdésnél három eset lehet: tudjuk a helyes választ – ennek $\frac{4}{7}$; csak azt hisszük, hogy tudjuk a helyes választ – ennek $\frac{2}{7}$; illetve nem tudjuk a helyes választ – ennek $\frac{1}{7}$ a valószínűsége, és ekkor $\frac{1}{2}$ valószínűséggel válaszolunk igent, vagy nemet. Mi a helyes válasz valószínűsége?
- Egy céllövöldében hat puska van. Közülük három olyan, hogy azokkal 0,5 valószínűséggel találunk célba, eggyel a találati valószínűség 0,7, kettővel pedig 0,8. Találomra kiválasztunk egy puskát, majd lövünk. Mekkora a valószínűsége, hogy célba találunk? Mekkora a valószínűsége, hogy 0,8-as puskát választottunk, feltéve, hogy a lövésünk talált?
- Móricka a zoknijait két dobozban tartja, mindkettőben sok zokni van. Az egyikbe igyekszik a lyukasakat gyűjteni, ebben a zoknik 90%-a lyukas. A másikba a jókat próbálja tenni, ebben csak 10% lyukas zokni van. Ma reggel a nagy sietségben Móricka véletlenszerűen belenyúlt az egyik dobozba, és felvett belőle két zoknit. Az egyetemre menet észrevette, hogy a bal lábán lyukas a zokni. Ezek után mennyi annak a valószínűsége, hogy a jobb lábán is lyukas zokni van?
- Egy internetes közösségi oldal felhasználói körébe meghívásos alapon lehet bejutni. Eredetileg két tagja van a közösségnek, Ádám és Éva. Néha a közösség valamelyik (egyenletesen választott) tagja meghív egy új embert. Ádám köréhez tartozik valaki, ha ő maga Ádám vagy egy Ádám köréhez tartozó tag hívta meg. Mekkora valószínűséggel áll 1, 2, illetve 3 főből Ádám köre akkor, amikor 4 fős a közösség?
- Péter pénzét 3 egyforma borítékban tartja. Az elsőben két ezerforintos, a másodikban egy ezer- és egy ötezer forintos, a harmadikban egy ezer- és három ötezer forintos van. Péter találomra kivész egy borítékot, és abból találomra kihúz egy bankjegyet. Mennyi a valószínűsége, hogy ezerforintost húzott ki?

10. Egy nagyvárosban a Hulla és a Nulla TV adókat lehet fogni, melyeket szombat este 10 órakor a felnőtt lakosság kb. 20, illetve 30 százaléka néz. A felnőttek másik fele nem mérgezi magát ezekkel az adókkal. Véletlenszerűen kiválasztva 5 felnőttet a városból, mi a valószínűsége annak, hogy a jelzett időpontban közülük pontosan ketten a Hulla és pontosan hárman a Nulla TV-t nézik?
11. András és Béla ilyen sorrendben, felváltva dobnak egy szabályos dobókockával. Az nyer, aki először dob hatost. Mi a valószínűsége, hogy András nyer? Mi a valószínűsége, hogy Béla nyer?
12. Egy egyszerű alkatrész tömeggyártása során azt tapasztalták, hogy egy nap alatt átlagosan 11 hibás készül. Mi a valószínűsége annak, hogy 20-nál kevesebb hibásat gyártottak? Hány hibás elemet gyártanak legvalószínűbben?
13. Péter, ha kockával páratlant dob 100 Ft-ot veszít, ha 6-ot dob 400 Ft-ot nyer, ha 2-öt, vagy 4-et dob, újból dob. A második dobásnál 10 Ft-ot nyer, ha párost dob, 20-at veszít, ha páratlant dob. Előnyös-e ez a játék számára hosszú távon?
14. Tegyük fel, hogy egy izzó élettartama, X (100 órában megadva) exponenciális eloszlású úgy, hogy $P(X > 10) = 0.8$. Mi az eloszlás paramétere, mi az eloszlás várható értéke és szórása?
15. Egy mágneses szalagon az első hibás hely pozíciója a kezdettől számítva X (cm-ben). Tegyük fel, hogy X exponenciális eloszlású 100 várható értékkel. Mi az exponenciális eloszlás paramétere? Mi annak a valószínűsége, hogy $X < 200$, feltéve $X > 150$?
16. Egy 500 oldalas könyv 500 sajtóhibát tartalmaz. Mi a valószínűsége, hogy egy véletlenül választott oldalon legalább 3 sajtóhiba van?
17. Tegyük fel, hogy egy webkiszolgálóhoz Poisson-folyamat szerint érkeznek igények percenként 5 paraméterrel. Mi a valószínűsége, hogy legalább 8 kérést kell kiszolgálni egy 2 perces periódusban?
18. Egy bizonyos típusú kábelben két hibás szektor között fekvő kábel hossza exponenciális eloszlású 1,5 méter várható értékkel. Mi a valószínűsége, hogy legfeljebb 4 hibás rész van egy 2 méteres darabon?
19. Egy forgalmas csomóponton egy perc alatt átlagosan 6 motoros halad át.
 - (a) Mi a valószínűsége annak, hogy 2 perc alatt legfeljebb 20 motoros halad át?
 - (b) Mondjuk meg a pontos értéket, számítógép segítségével. (Matlab, Mathematica, Maple, C++, stb. használatával.)
 - (c) Már 20 másodperce nem láttunk motorost, mi a valószínűsége annak, hogy a következő 10 másodpercben nem látunk motorost.
20. Egy útkereszteződésben az átlagos zajszint 45 dB. 100 mérés közül kb. tízszer fordul elő, hogy 50 dB fölé emelkedik a zaj. Milyen gyakran fordul elő, hogy 37 dB alá süllyed a zajszint?
21. Egy teherautón lévő sóder mennyisége 8 és 10 m³ között egyenletes eloszlású. A teherautóról leömlő sóder egy kúpba rendeződik, ahol a kúp magassága és sugara egyenlő. Mekkora a sóder által elfoglalt terület várható értéke (m²-ben)?

Házi feladat: 9., 19.