

Felsőbb matematika villamosmérnököknek - Sztochasztika

1.ZH, 2022 ősz

Minden feladat azonos értékű. A végén az összpontszámot 10-re skálázzuk.

Minden megoldást részletesen indokolni kell. Azon belül minden alkalmazott jelölést be kell vezetni.

Munkaidő: 90 perc

1. Adott az $f(x)$ függvény:

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 & \text{ha } 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

- a.) Hogyan válasszuk meg a c konstanst, hogy $f(x)$ sűrűségfüggvény legyen? (3 pont)
- b.) Legyen X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x)$! Mennyi X várható értéke? (3 pont)
- c.) Mennyi X szórása? (4 pont)
2. Piripócs lakói Piripócs Coin (PC) nevű kriptovalutát kezdtek el bányászni. A bányászáshoz egy számítógépes programot kell futtatniuk, mely egy másodperc alatt fut le és kis valószínűséggel egy PC-t generál. A próbálkozások egymástól függetlennek tekinthetők. A piacutatók elemzése szerint átlagosan 2 évig kell futtatnia valakinek a számítógépét, míg egy PC birtokosa lehet.
- a.) Jancsika is beszállt a maga gépével. Mennyi a valószínűsége, hogy kevesebb, mint egy év alatt lesz már Piripócs Coin-ja? (5 pont)
- b.) Pistike pechére már 3 éve bányászik, de nem szerzett PC-t. Mi a valószínűsége, hogy összesen több mint 5 évet kell várnia, míg lesz egy PC-je? (5 pont)
3. Egy biztosítónál 10000 ügyfélnek van autó-biztosítása. Az aktuáriusok számításai alapján egy autó 0.025% eséllyel karambolozik egy adott héten, a többitől függetlenül. (Annak esélye, hogy kétszer is karambolozik, elenyésző.)
- a.) Közelítőleg mi a valószínűsége, hogy a jövő héten pontosan 3 káresete keletkezik a biztosítónak? (5 pont)
- b.) Közelítőleg mi a valószínűsége, hogy a jövő héten legalább három káreset keletkezik? (5 pont)
4. a.) Pistike nagymamája 20 palacsintát tett az asztalra: 5 kakaósat és 15 lekvárosat. Pistike kivett vaktában hármat, és jóízűen megette. Mi a valószínűsége, hogy (pontosan) két lekváros palacsintát evett meg? (5 pont)
- b.) Móricka nagymamája is 5 kakaós és 15 lekváros palacsintát tart az asztalon, azzal a különbséggel, hogy ha valaki egyet elvesz, azt ő a hűtőből azonnal pótolja. Móricka is hármat evett, szépen egyesével, vaktában választva. Mi a valószínűsége, hogy (pontosan) két lekvárosat evett? (5 pont)