

Felsőbb Matematika Villamosmérnököknek - Sztochasztika

1. ZH pótlása

2018 ősz, 2018.12.06 18:00

Munkaidő: 90 perc. A nulladik feladat 0 pontos, a többi mind 9 pontot ér.

0. Írja rá a ZH-ra a *gyakorlatvezető nevét* és a *gyakorlat időpontját* (meg persze a saját nevét és Neptun-kódját is). Lehetséges helyes megoldások: Prokaj Rudolf, kedd 14-16 (E402) ; Prokaj Rudolf, csütörtök 14-16 (E402) ; Rokob Sándor, csütörtök 10-12 (R507); Rokob Sándor, péntek 10-12 (R515)
1. Egy asztalon három dobókocka van. Egy szabályos, kettő pedig cinkelt – az egyik cinkelten a 6-os valószínűsége $\frac{1}{2}$, a másikon $\frac{1}{10}$. Vaktában felveszünk egy kockát és addig dobáljuk, amíg ki nem jön egy 6-os. Mennyi a szükséges dobások számának várható értéke?
2. Egy útkereszteződésen percenként átlagosan 5 személyautó és 2 teherautó megy keresztül. (A többi jármű száma elhanyagolható.) A személyautók $\frac{1}{4}$ valószínűséggel mennek a megengedettnél gyorsabban, a teherautók pedig $\frac{1}{8}$ valószínűséggel, egymástól függetlenül. Mennyi a valószínűsége, hogy egy két perc hosszúságú időintervallumban legalább 3 gyorshajtó halad át a kereszteződésen?
3. Egy X valószínűségi változó generátorfüggvénye $g(z) = \frac{2}{4-2^z}$.
 - a.) Mennyi X várható értéke?
 - b.) Mennyi X szórása?
 - c.) Mennyi a $\mathbb{P}(X = 0)$ és a $\mathbb{P}(X = 1)$ valószínűség?
 - d.) **(Bónusz:)** Tényleg, van olyan valószínűségi változó, aminek ez a generátorfüggvénye?
4. Egy pók által lerakott peték száma Poisson eloszlású $\lambda = 50$ várható értékkel. Minden pete $p = \frac{1}{5}$ valószínűséggel kel ki, egymástól és a peték számától is függetlenül. Mi a *kikelt* peték számának eloszlása? Miért? (A feladat megoldható pl. a generátorfüggvény kiszámolásával, de úgy is, ha egy tanult tételt alkalmazunk.)
5. A „Mindent Bele” számítógépes vírus nem túl óvatos: amit csak tud, megpróbál megfertőzni. Emiatt az esetek 99%-ában azonnal észre is veszi egy vírusirtó vagy egy rendszergazda, és letörli. A maradék 1%-nyi esetben viszont nem bukik le azonnal, hanem fertőz, éspe dig az előzményektől független véletlen számú gépet, aminek eloszlása $\frac{1}{100}$ paraméterű pesszimista geometriai. (Vagyis $\mathbb{P}(k \text{ fertőzés} \mid \text{nem bukik le azonnal}) = \left(\frac{99}{100}\right)^k \frac{1}{100}$, ahol $k = 0, 1, 2, \dots$) Kezdetben a vírusból egyetlen példányt engednek szabadon. Jelölje X ezen legelső példány által megfertőzött gépek számát.
 - a.) Számoljuk ki X generátorfüggvényét. *Tipp: számolhatjuk az eloszlást teljes valószínűség tétellel, vagy közvetlenül a generátorfüggvényt teljes várható érték tétellel.*
 - b.) Mennyi X várható értéke? *Tipp: ez számolható az előző eredmény felhasználásával, vagy közvetlenül is.*
 - c.) Mennyi a valószínűsége, hogy a vírus legkésőbb a második generációra kihal? (A legelső példány alkotja egyedül a nulladik generációt.)
 - d.) Mennyi a valószínűsége, hogy a vírus terjedése előbb-utóbb megáll?
 - e.) Mennyi a vírus terjedése során megfertőzött összes gép számának várható értéke?