

# Felsőbb Matematika Villamosmérnököknek - Sztochasztika

## 1. ZH 2. pótlása

2018 ősz, 2018.12.13 10:00

Munkaidő: 90 perc. A nulladik feladat 0 pontos, a többi mind 9 pontot ér.

0. Írja rá a ZH-ra a *gyakorlatvezető nevét* és a *gyakorlat időpontját* (meg persze a saját nevét és Neptun-kódját is). Lehetséges helyes megoldások: Prokaj Rudolf, kedd 14-16 (E402) ; Prokaj Rudolf, csütörtök 14-16 (E402) ; Rokob Sándor, csütörtök 10-12 (R507); Rokob Sándor, péntek 10-12 (R515)

1. Egy kétszemélyes internetes vetélkedőjátékban Pistike ellenfelét véletlenül sorsolják ki, így az ellenfél  $\frac{5}{10}$  valószínűséggel „kezdő”,  $\frac{3}{10}$  valószínűséggel „haladó”,  $\frac{2}{10}$  valószínűséggel pedig „profí” lesz. A kisorsolt ellenféllel azután Pistike több menetet is lejátszik. Az egyes meneteket a kezdők ellen  $\frac{9}{10}$  valószínűséggel nyeri meg, a haladók ellen  $\frac{5}{10}$ , a profik ellen pedig  $\frac{2}{10}$  valószínűséggel. Ha nem nyer, akkor veszít (döntetlen nincs).

Pistike az első két menetet elveszítette.

- a.) Mi annak a valószínűsége, hogy az ellenfele profí?
- b.) Milyen (a feladat szövegében ki nem mondott) feltevéssel élünk az egyes menetek kimenetelét illetően?
2. Egy portásnak a hatalmas zsebében 6 kulcscsomója van, mindegyiken 6 kulccsal. Minden kulcscsomón csak egyetlen olyan kulcs van, ami belemegy a portásfülke zárjába, de ebből a 6 kulcsból is csak 1 nyitja a zárat. A portás hajnalban álmosan érkezik. Vaktában kivessz egy kulcscsomót a zsebéből, majd vaktában próbálgatja a rajta lévő kulcsokat, amíg az egyik bele nem megy a zárba. Ha ekkor a zár nem nyílik, a kulcscsomót visszadobja a zsebébe, és kezdi az egészet előlről – mindaddig, amíg a zár ki nem nyílik.

Mennyi a zár kinyitásához szükséges próbálkozások számának várható értéke? (Egy próbálkozás alatt azt értjük, amikor egy kulcsot megpróbál beledugni a zárba (és ha sikerül, megpróbálja elfordítani).)

3. Egy 1000-oldalas könyvben 1500 sajtóhiba van, véletlenszerűen elszórva.
- a.) Körülbelül mennyi annak a valószínűsége, hogy a 13-adik oldalon legalább 2 sajtóhiba van?
- b.) Körülbelül mennyi annak a valószínűsége, hogy a 13-adik oldalon legalább 2, a 42-ediken pedig pontosan 2 sajtóhiba van?
- c.) A sajtóhubáknak kb.  $\frac{1}{3}$ -a vesszőhiba (abban az értelemben, hogy minden sajtóhiba  $\frac{1}{3}$  valószínűséggel vesszőhiba, a többitől függetlenül). Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 13-adik oldalon legalább 2 vesszőhiba és pontosan 1 egyéb sajtóhiba van?

4. Egy  $X$  valószínűségi változó generátorfüggvénye  $g_X(z) = \frac{z+2z^2+3z^3+5z^5+8z^8+cz^{13}}{42}$ .

- a.) Mennyi a  $c$  konstans értéke?
- b.) Mennyi a  $\mathbb{P}(X = 10)$  valószínűség?
- c.) Mi az  $Y := 2X + 1$  valószínűségi változó generátorfüggvénye?
5. Móricka kalózprogram-keresés közben egy olyan weblapra jutott, ami miatt a böngészőjének ablakai újabb és újabb ablakokat nyitnak meg maguktól: minden ablak, mielőtt Mórickának sikerül bezárnia,  $\frac{3}{10}$  valószínűséggel 1 új ablakot nyit,  $\frac{3}{10}$  valószínűséggel 2-t,  $\frac{4}{10}$  valószínűséggel pedig egyet sem. Nevezzük nulladik generációnak a kezdetben nyitva lévő egyetlen ablakot, első generációnak az ez által megnyitott ablakokat, második generációnak az első generáció tagjai által megnyitottakat, stb.

- a.) Adjuk meg a 2. generáció elemszámának generátorfüggvényét.
- b.) Mennyi a 10. generáció elemszámának várható értéke?
- c.) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Mórckának még a 2. generáció megjelenése előtt sikerül kiirtani a felugró ablakokat?
- d.) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Mórckának előbb-utóbb sikerül minden ablakot bezárni?