

Felsőbb matematika villamosmérnököknek - Sztochasztika

vizsga 2025. január 14. 10:00. Munkaidő: 90 perc. Minden feladat 12 pontot ér.

1. Egy file-szerverre a kérések Poisson folyamat szerint érkeznek, percenként átlagosan 5. A kérések mindegyike az előzményektől függetlenül $\frac{1}{4}$ valószínűséggel letöltés, $\frac{1}{4}$ valószínűséggel feltöltés, illetve $\frac{1}{2}$ valószínűséggel könyvtár-listázás. Ma 08:00:00 és 08:02:00 között (vagyis 2 perc alatt) pontosan 3 könyvtár-listázási kérés érkezett. Mennyi a valószínűsége, hogy az összes kérés száma 10 volt?
2. Egy bugyuta ismerkedős játékban 6 ember ül egy körben, és egy plüssmacit dobálnak egymásnak. Akihez a maci kerül, az mindig az előzményektől függetlenül $\frac{1}{2}$ valószínűséggel 1-gyel balra, $\frac{1}{2}$ valószínűséggel pedig 2-vel jobbra dobja tovább. Kezdetben a maci Aladárnál van. Körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy 100 dobás után ismét nála lesz?
3. Egy bugyuta ismerkedős játékban 6 ember ül egy körben, és egy plüssmacit dobálnak egymásnak. Akihez a maci kerül, az előzményektől függetlenül exponenciális idejű véletlen ideig vár 6 másodperc várható értékkel, majd szintén az előzményektől függetlenül $\frac{1}{2}$ valószínűséggel 1-gyel balra, $\frac{1}{2}$ valószínűséggel pedig 2-vel jobbra dobja tovább a macit. Kezdetben a maci Aladárnál van. Körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy 10 perc után ismét nála lesz?
4. 1000 vaktában kiválasztott alsó tagozatos iskolást kérdeztünk meg arról, hogy szokott-e Minecraft-ot játszani, illetve szereti-e a spenótot. Az 1000-ból 630 nyilatkozott úgy, hogy szokott Minecraft-ozni, és csak 180 mondta, hogy a spenótot szereti. Ezekben belül 90 olyan akadt, aki mindkét kérdésre igennel válaszolt. Döntsünk 90%-os konfidenciaszinten arról a hipotézisről, hogy az alsósok körében a Minecraft-ozás és a spenót szeretete egymástól független.
5. Az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f_{\alpha}(x) = \begin{cases} 3\alpha x^2 e^{-\alpha x^3}, & \text{ha } x > 0 \\ 0, & \text{ha nem} \end{cases},$$

ahol $\alpha > 0$ ismeretlen paraméter. Mintát vettünk X -ből, és azt kaptuk, hogy 1.41, 1.94, 1.74, 1.24, 1.28, 1.74. Adjunk nagy eltérés becslést az α paraméter értékére!

Megjegyzés: Ez az exponenciális eloszlás egy egyszerű transzformáltja, de a feladat szempontjából ez nem fontos.