

Sztochasztika 2 pótZH

2014. december 12. 10:00

Felsőbb matematika tárgy, villamosmérnök és informatikus MSc.

Munkaidő: 45 perc. Minden feladat 7 pontot ér.

1. Addig dobálunk egy szabályos dobókockával, amíg ki nem jön a 6-os. Jelölje S az addig dobott számok összegét (a 6-ost nem beleértve). Számoljuk ki S generátorfüggvényét és várható értékét.

(Segítség:

- a.) Legyen X egy szabályos kockadobás eredménye, amiről **tudjuk, hogy nem 6-os**. Ennek tudatában mi X eloszlása és generátorfüggvénye?
- b.) Jelölje N egy szabályos dobókockával az első 6-os dobást megelőző dobások számát (a 6-ost nem beleértve). Mi N eloszlása és generátorfüggvénye?)

2. Piripócson Kivagyai Kristóf egyedül viseli a „Kivagyai” családnevet. Piripócs híres a szigorú születésszabályozásról: mindenkinek pontosan 2 gyereke születik. Van viszont egy olyan tendencia, hogy több fiú születik mint lány: minden újszülött neme pontosan $\frac{3}{5}$ valószínűséggel fiú, a többi születéstől függetlenül.

Piripócson a hagyományos névadás van szokásban: családnevét mindenki az apjától örökli. (Így a Kivagyai családnév történetében csak a fiúknak jut szerep.)

- a.) Jelölje X Kivagyai Kristóf fiainak (vagyis fiú gyermekeinek) számát. Mi X eloszlása?
- b.) Mennyi a valószínűsége, hogy Kivagyai Kristófnak legalább egy Kivagyai családnévű fiú unokája lesz?
- c.) Mennyi a valószínűsége, hogy a Kivagyai családnév előbb-utóbb eltűnik Piripócsról?
3. A tervezett kelet-szibériai kőolajvezeték 700 olajkút termelését gyűjti majd össze és szállítja Kína felé. Az olajkutak napi termelése véletlen, független és az átlagos termelésük egy nap alatt összesen 560000 hordó. Ismert továbbá, hogy 400 kút termelése mindenképpen napi 880 hordó és 1380 hordó közé esik, a másik 300 kút termelése pedig mindenképpen napi 200 hordó és 1200 hordó közé esik. Mekkora legyen az olajvezeték napi szállítási kapacitása, hogy a túlterhelés (a kapacitásnál nagyobb napi össztermelés) valószínűsége legfeljebb 10^{-4} legyen? (Adjunk egy korlátot, ami jobb, mint az egyes kutak maximális termelésének összege.)