

# Sztochasztika 2 pótpótZH

2013. december 18. 10:00

Felsőbb matematika tárgy, villamosmérnök MSc.

Munkaidő: 45 perc.

1. (6 pont) Egy szabályos dobókockával először Móricka dob egyszer. Ezután Pistike addig dobál vele, amíg nem sikerül *legalább akkora* számot dobnia, mint Mórickának. Számoljuk ki Pistike dobásai számának várható értékét.
2. (6 pont) Egy radioaktív mintában másodpercenként átlagosan 3 kis energiájú és 1 nagy energiájú alfa-részecske keletkezik. A detektorunk a nagy energiájú alfa-részecskéket 90% valószínűséggel észleli, a kis energiájúakat viszont csak 20% valószínűséggel (a többi részecskétől függetlenül). Mennyi a valószínűsége, hogy egy két másodperc hosszúságú időintervallumban legalább 4 részecskét észlel?
3. (8 pont) A „Mindent Bele” számítógépes vírus nem túl óvatos: amit csak tud, megpróbál megfertőzni. Emiatt az esetek 99%-ában azonnal észre is veszi egy vírusirtó vagy egy rendszergazda, és letörli. A maradék 1%-nyi esetben viszont nem bukik le azonnal, hanem fertőz, és pedig az előzményektől független véletlen számú gépet, aminek eloszlása  $\frac{1}{100}$  paraméterű pesszimista geometriai. (Vagyis  $\mathbb{P}(k \text{ fertőzés} \mid \text{nem bukik le azonnal}) = \left(\frac{99}{100}\right)^k \frac{1}{100}$ , ahol  $k = 0, 1, 2, \dots$ ) Kezdetben a vírusból egyetlen példányt engednek szabadon. Jelölje  $X$  ezen legelső példány által megfertőzött gépek számát.
  - a.) Számoljuk ki  $X$  generátorfüggvényét. *Tipp: számolhatjuk az eloszlást teljes valószínűség tétellel, vagy közvetlenül a generátorfüggvényt teljes várható érték tétellel.*
  - b.) Mennyi  $X$  várható értéke? *Tipp: ez számolható az előző eredmény felhasználásával, vagy közvetlenül is.*
  - c.) Mennyi a valószínűsége, hogy a vírus legkésőbb a második generációra kihal? (A legelső példány alkotja egyedül a nulladik generációt.)
  - d.) Mennyi a valószínűsége, hogy a vírus terjedése előbb-utóbb megáll?
  - e.) Mennyi a vírus terjedése során megfertőzött összes gép számának várható értéke?