

## Sztochasztika 2 vizsga Felsőbb matematika tárgy.

2015. január 6. 13:00. Munkaidő:  $\leq 60$  perc.

1. (7 pont) Használható-e a Hoeffding-egyenlőtlenség, és használható-e a Cramér nagy eltérés tétel a  $P(X_1 + X_2 + \dots + X_n < K)$  valószínűség becslésére (trükközés nélkül) az alábbi esetekben? A válaszokat indokoljuk!
  - a.) Az  $X_k$ -k független 1 paraméterű exponenciálisok.
  - b.) Az  $X_k$ -k független és azonos, de ismeretlen eloszlásúak, viszont  $P(2 \leq X_k \leq 5) = 1$ , továbbá ismert a várható értékük és a szórásuk.
  - c.)  $X_k$  egyenletes a  $[0, 1]$  intervallumon, és az  $X_k$ -k függetlenek.
  - d.)  $X_k$  egyenletes a  $[0, k]$  intervallumon, és az  $X_k$ -k függetlenek.
  - e.) Jancsi egy szabályos érmét dobál.  $X_k$  legyen 1, ha a  $k$ -adik és a  $k + 1$ -edik dobás is fej, egyébként pedig legyen 0.
  
2. (9 pont) Egy egyszerű jelfeldolgozó eszköz az egyes beérkező jeleket független, exponenciális eloszlású véletlen idők alatt dolgozza fel. A feldolgozási idő várható értéke 1 másodperc (vagyis  $\frac{1}{60}$  perc). Amíg egy bejövő jel feldolgozása zajlik, addig az esetlegesen beérkező újabb jeleket az eszköz figyelmen kívül hagyja (vagyis nincs feldolgozási sor). A beérkező jelek Poisson folyamat szerint érkeznek, percenként átlagosan 2. Az eszköz így kétféle állapotban lehet: „szabad, passzív, jelre vár”, illetve „foglalt, feldolgozás folyamatban, nem figyel”.

Modellezzük az eszköz állapotát folytonos idejű Markov láncsal. Az időt mérjük percben.

  - a.) Írjuk fel a Markov lánc infinitezimális generátorát. Indokoljuk.
  - b.) Az eszköz a működése első pillanatában szabad. Közelítőleg mennyi a valószínűsége, hogy tíz óra elteltével éppen foglalt lesz? Miért?
  - c.) Az eszköz teljesítményfelvétele passzív állapotban  $1W$ , feldolgozás során viszont  $10W$ . Mennyi az átlagos teljesítményfelvétel hosszú távon? Miért?
  
3. (9 pont) Ha egy ember kitölt egy IQ-tesztet, az eredmény normális eloszlású valószínűségi változó. Ennek várható értékét definíció szerint az illető ember *intelligencia-hányadosának* nevezzük, szórása pedig 3. Ádám és Éva is kitöltött néhány független IQ-tesztet, egymástól is függetlenül. Ádám pontszámai: 111, 108, 111, 112. Éva pontszámai: 114, 112, 114, 119, 113. Döntsünk 95%-os szinten arról a hipotézisről, hogy Ádám és Éva intelligencia-hányadosa azonos.