

Sztochasztika 2 vizsga Felsőbb matematika tárgy.

2015. január 27. 13:00. Munkaidő: ≤ 60 perc.

1. (8 pont) Bergengócia elektromos hálózatára tízezer fogyasztó kapcsolódik. Közülük 9000-nek 32 amperes biztosító van, vagyis az általa felvett teljesítmény legfeljebb $32A \times 230V = 7360W$ lehet. A maradék 1000 fogyasztónak 100 amperes biztosító van, így legfeljebb $100A \times 230V = 23000W$ teljesítményt vehet fel. Bergengóciában a „csúcsidő” délután 2-kor van, ekkor mérik a legnagyobb fogyasztást. A bergengóc elektromos műveknek az egyes fogyasztók csúcsidőbeli fogyasztásának eloszlásáról (a fenti korlátokon túl) fogalma sincs, de azt tudják, hogy az egyes fogyasztók fogyasztásai függetlenek, és hogy az *átlagos összfogyasztás* csúcsidőben $3.2 \cdot 10^7 W$. Mekkora kell legyen az elektromos hálózat K össz-teljesítménye (Watt-ban), ha azt akarják, hogy a csúcsidő-beli össz-fogyasztás $1 - 10^{-8}$ valószínűséggel K alatt maradjon?

2. (10 pont) Pistike az ablakból az utca forgalmát nézi. Személyautók és teherautók mennek arra, mindkettő Poisson-folyamat szerint: személyautóból percenként átlagosan 3, teherautóból percenként átlagosan 1. Pistike csak a teherautókat szereti. Jókedve 5-ös skálán változik (1 és 5 között): ha teherautót lát, 1-gyel felfelé ugrik (hacsak nem már előtte is 5-ös volt), ha pedig személyautót, akkor 1-gyel lefelé (hacsak nem már előtte is 1-es volt). Legyen $X(t)$ Pistike jókedve a t időpillanatban, $t \geq 0$.
 - a.) (3 pont) Modellezzük a rendszert folytonos idejű Markov lánccal. Írjuk fel $X(t)$ generátorát. Indokoljuk.
 - b.) (3 pont) Határozzuk meg $(X(t), t \geq 0)$ stacionárius eloszlását. (Szabad észrevenni, hogy X véges állapotterű születési-halálozási folyamat.)
 - c.) (2 pont) Pistike a nézelődést teljes jókedvvel kezdte. Egy óra elteltével arra jár az apukája. Közéltőleg mennyi annak a valószínűsége, hogy Pistikét teljes rosszkedvben (vagyis 1-es állapotban) találja? Miért?
 - d.) (2 pont) Hosszú távon az idő hány százalékában lesz Pistikének 5-ös jókedve? Miért?

3. (7 pont) Két nagy elektromos ellenállásról szeretnénk eldönteni, hogy melyik a nagyobb. Sajnos az ellenállást mérni csak hibával terheltten tudjuk: a műszerünk által mutatott érték egy valószínűségi változó, aminek a várható értéke a tényleges ellenállás, a szórása pedig $5M\Omega$. Ezért aztán mindkét ellenálláson több mérést is végeztünk, és a következő értékeket kaptuk ($M\Omega$ -ban).

A ellenállás		1209		1198		1200		1196		1213		1209		1202		1205		1208		1200
B ellenállás		1198		1202		1191		1198		1192		1201		1193		1193				

Döntsünk 99%-os szinten arról a hipotézisről, hogy az A ellenállás legalább akkora, mint a B .

(Segítség: az „A” adatsor átlaga 1204, a „B” adatsor átlaga pedig 1196.)