3. házi feladat

Nagy eltérések

2011. november 10.

1. Egy nagy kiterjedésű országban 400 A típusú és 200 B típusú szélerőművet telepítettek. Az A típusú termelése 0,5 MW és 1,6 MW között ingadozik 1 MW átlagos termeléssel. A B típusú termelése 1,2 MW és 2,8 MW között van, átlagosan 2 MW. Tegyük fel, hogy az erőművek termelése egymástól független.

   Számítsuk ki, hogy mekkora az a kapacitás, amit legalább $1 - 10^{-8}$ valószínűséggel nem lép túl a 600 erőmű össztermelése.

2. Tegyük fel, hogy egy végtelennek tekinthető számítógép populációban ha egy számítógép megfertőződik egy bizonyos típusú kártékony programmal, akkor a következő 1 nap során p valószínűséggel kiirtják, így nem fertőz meg mást. $(1-p)p$ valószínűséggel nem irtják ki, de nem is fertőz. Továbbá $(1-p)^k p$ valószínűséggel $k-1$ addig nem fertőzött gépet fertőz meg, és nem is irtják ki, ahol $k = 2, 3, 4, \ldots$ értékeket veheti fel. Tehát, ha X-szel jelöljük, hogy hány fertőzött géppel járul hozzá a következő napi fertőzött gépek számához egy fertőzés, akkor X eloszlása

   $$\mathbf{P}(X = k) = (1-p)^k p, \; k = 0, 1, 2, \ldots.$$

   Tegyük fel, hogy minden megfertőzött számítógép az összes többi fertőzött számítógéptől függetlenül „szaporodik”. Legyen p értéke $\frac{1}{4}$. Modellezzük az egyes napokon a fertőzött számítógépek számát elágazó folyamattal. Tegyük fel, hogy az első napon egy fertőzött gép van. Írjuk fel az utódeloszlás generátorfüggvényét. (Vegyük észre, hogy az utódeloszlás „pesszimista” geometriai eloszlás.)

   (a) Számítsuk ki, mennyi a fertőzött számítógépek várható száma 30 nap múlva.

   (b) Mekkora a valószínűsége, hogy 3 nap múlva már nincs fertőzött gép?

   (c) Számítógép segítségével számoljuk ki a $\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{50}$ valószínűségeket, és ábrázoljuk. ($\pi_n = \mathbf{P}(\mathcal{Z}_n = 0)$)

   (d) Mekkora a valószínűsége, hogy sohasem sikerül kiirtani a kártevőt?