

3. házi feladat

Nagy eltérések

2010. november 12.

1. Egy nagy kiterjedésű országban 400 A típusú és 200 B típusú szélérőmű került telepítésre. Az A típusú termelése 0,5 MW és 1,6 MW között ingadozik 1 MW átlagos termeléssel. A B típusú termelése 1,2 MW és 2,8 MW között van, átlagosan 2 MW. Tegyük fel, hogy az erőművek termelése egymástól független.
 - (a) Számítsuk ki, hogy mekkora az a kapacitás, amit legalább $1-10^{-8}$ valószínűséggel nem lép túl a 600 erőmű össztermelése.
 - (b) Mi az oka annak, hogy a Hoeffding-egyenlőtlenséggel kapott kapacitás jelentősen több az össz kapacitás várható értékénél (jóval több, mint az órán látott példában)?
 - (c) Számítsuk ki a szükséges kapacitást 10^{-7} és 10^{-6} kapacitás túllépés valószínűség esetén.

Megoldás:

$i = 1, \dots, 400$ esetén legyen X_i az i -dik A típusú szélérőmű termelése egy adott pillanatban. $i = 401, \dots, 600$ esetén legyen X_i az $(i - 400)$ -dik B típusú szélérőmű termelése egy adott pillanatban.

(a) Mivel kicsi valószínűséggel léphet csak túl egy bizonyos C kapacitást a CHT-t nem tudjuk használni. A Hoeffding-egyenlőtlenséget fogjuk használni:

$$\mathbf{P}(S_{600} \geq C) = \mathbf{P}(S_{600} \geq \mathbf{E}S_{600} + c) \leq \exp \left\{ -\frac{2c^2}{\sum_{i=1}^{600} (b_i - a_i)^2} \right\}, \quad (1)$$

ahol

$$C = \mathbf{E}S_{600} + c$$

és

$$a_i \leq X_i \leq b_i \quad 1 \text{ valószínűséggel.}$$

Az átlag, $\mathbf{E}S_{600}$ a feladat szerint

$$\mathbf{E}S_{600} = 400 \cdot 1 + 200 \cdot 2 = 800.$$

Tudjuk, hogy az

A típus esetén $a_i = 0,5$, $b_i = 1,6$,

B típus esetén $a_i = 1,2$, $b_i = 2,8$.

Így $C = 800 + c$ alakban keressük, ahol c -t úgy számítjuk ki, hogy a (1) jobboldalának egyenlőnek kell lenni 10^{-8} -cal:

$$\exp \left\{ -\frac{2c^2}{\sum_{i=1}^{600} (b_i - a_i)^2} \right\} = \exp \left\{ -\frac{2c^2}{400 \cdot 1,1^2 + 200 \cdot 1,6^2} \right\} = 10^{-8}.$$

$$-\frac{2c^2}{996} = -8 \ln 10$$

$$c^2 = 9173,5$$

$$c = 95,78,$$

ami 800-hoz, a mindenképpen szükséges kapacitáshoz, képest elég nagy.

(b) Ennek az a fő oka, hogy nagy az ingadozási tartomány a valószínűségi változókra (b_i a_i különbsége), továbbá nem nagyon sok valószínűségi változót adtunk össze (600-at).

(c) Az (a) feladathoz hasonlóan, 10^{-7} kapacitás túllépési valószínűség esetén $C = 889,59$ MW, 10^{-6} esetén $C = 882,95$ MW.