Felsőbb Matematika Villamosmérnököknek - Sztochasztika
1. ZH

2017 ősz, 2017.10.19 18:00

Munkaidő: 90 perc. A nulladik feladat 0 pontos, a többi mind 9 pontot ér.

0. Írja rá a ZH-ra a *gyakorlatvezető nevét* és, ha ez nem egyértelmű, a *gyakorlat időpontját* (meg persze a saját nevét és Neptun-kódját is). Lehetséges helyes megoldások:
   a.) (0 pont) Horváth Illés, páratlan heteken (péntek, IB145)
   b.) (0 pont) Kói Tamás, páratlan heteken (péntek, QBF10)
   c.) (0 pont) Patkó Richárd, páratlan heteken (péntek, IB147)
   d.) (0 pont) Patkó Richárd, páros heteken (péntek, IB147)

1. Rozi néni a barátnőjével hetente átlag kétszer beszél telefonon, a testvérével pedig átlag háromszor, teljesen véletlenszerű időpontokban. Mással nem telefonál. A barátnőjével egy beszélgetés átlagosan egy óra, a tesvérével csak egy fél. A hívások időtartama egymástól független, exponenciális eloszlású.
   a.) (1 pont) Rozi néni épp most vette fel a telefont. Mennyi a valószínűsége, hogy a testvérével beszél?
   b.) (3 pont) Rozi néni épp most vette fel a telefont. Várhatóan mennyi ideig fog beszélni?
   c.) (5 pont) Rozi néni már egy órája telefonál. Mennyi a valószínűsége, hogy a testvérével beszél?

2. Egy internetes kiszolgálóhoz percenként átlagosan 10 kérés érkezik, Poisson folyamat szerint. Minden kérés a többitől függetlenül $\frac{1}{10}$ valószínűséggel hibás.
   a.) (3 pont) Mennyi a valószínűsége, hogy 10:00 és 10:02 között nem érkezik hibás kérés?
   b.) (3 pont) Feltéve, hogy 10:00 és 10:02 között pontosan 20 kérés érkezett (összesen), mennyi a valószínűsége, hogy ezek egyike sem hibás?
   c.) (3 pont) Feltéve, hogy 10:00 és 10:02 között legalább 18 hibátlan kérés érkezett, mennyi a valószínűsége, hogy hibás viszont egy sem?

3. Az X és Y független, negnegatív egész értékű valószínűségi változók generátorfüggvénye $g_X(z) = e^{\frac{z-1}{3}}$, illetve $g_Y(z) = e^{\frac{2(z-1)}{3}}$.
   a.) (1 pont) Mennyi $\mathbb{P}(X = 0)$?
   b.) (2 pont) Mennyi $\mathbb{E}(X + Y)$?
   c.) (3 pont) Mennyi $\mathrm{Var}(X + Y)$?
   d.) (3 pont) Mennyi $\mathbb{P}(X + Y = 10)$?

4. (9 pont) Legyen N binomiális eloszlású valószínűségi változó $n = 10$, $p_N = \frac{2}{3}$ paraméterekkel. Legyen $X_1, X_2, \ldots X_{10}$ Bernoulli eloszlású, $p_X = \frac{1}{2}$ paraméterrel. Adjuk meg az $S_N := \sum_{i=1}^{N} X_i$ összeg generátorfüggvényét (5 pont). Mi S_N eloszlása? (4 pont)

5. (9 pont) Móricka hazafelé ugrál. Minden másodpercben az előzményektől függetlenül $\frac{1}{3}$ valószínűséggel egyet urgik előre, $\frac{1}{3}$ valószínűséggel helyben marad, $\frac{1}{3}$ valószínűséggel viszont kettőt urgik hátra. Kezdetben Móricka egy ugrásnyira van hazulról. Mi a valószínűsége, hogy valaha is hazaér?