Felsőbb Matematika Villamosmérnököknek - Sztochasztika 2. ZH

2015. december 1. 18:00, **A csoport**

Munkaidő: 50 perc. Minden feladat 15 pontot ér.

1. Egy háromállapotú, diszkrét idejű Markov lánc gráf-reprezentációját mutatja az ábra.

$$\begin{tikzcd} 1 \arrow[r, shift left, "1"] & 2 \arrow[l, shift left, "\frac{1}{2}"] \arrow[r, shift left, "\frac{1}{2}"] & 3 \arrow[l, shift left, "1"] \end{tikzcd}$$

   a.) Írjuk fel a Markov átmenetmátrixot!

   b.) A Markov lánc kezdetben az 1-es állapotból indul. Körülbelül mennyi a valószínűsége, hogy 100 lépés után éppen a 2-es állapotban van?

2. Egy folytonos idejű Markov lánc a $\{0, 1\}$ állapotokban lehet. A 0 állapotban átlagosan 1 percet tölt, mielőtt 1-be ugrana, az 1 állapotban pedig átlagosan 2 percet, mielőtt 0-ba ugrana. Írjuk fel a Markov lánc infinitezimális generátorát! (Az időt mérjük percben.)

3. Egy fali ingaóra leolvasása bizonytalan: a leolvasott érték normális eloszlású valószínűségi változó, aminek várható értéke a ténylegesen mutatott idő, a szórása pedig ismeretlen. Egymástól függetlenül 10-szer is megmértük, hogy mennyi idő alatt ér körbe az óra. (Referenciául egy nagyon pontos órát használtunk, de a leolvasás a fentiek szerint bizonytalan.) Az elméleti 12 órához képest a következő késéseket mértük (másodpercben): -84, 18, -8, 1, 51, 36, -55, -26, -16, 33. Döntsünk 95%-os szinten arról a hipotézisről, hogy az óra pontos. *(Segítség: a fenti számok összege* -50*, négyzetösszege* 16388*.)*

Felsőbb Matematika Villamosmérnököknek - Sztochasztika 2. ZH

2015. december 1. 19:00, **B csoport**

Munkaidő: 50 perc. Minden feladat 15 pontot ér.

1. Egy nagy országban a sok szavazó 2 pártra oszlik: 70%-uk a „Mindenkit Utálunk” párt (MU) híve, 30%-uk pedig a „Becsüljetek Minket” párt (BM) támogatója. Egy közvéleménykutató intézet 500 szavazót kérdez meg a pártszimpátiájáról. Adjunk nagy eltérés becslést annak valószínűségére, hogy a kutatás a BM pártot mutatja erősebbnek.

   Segítség: A p paraméterű Bernoulli eloszlás Cramér féle rátafüggvénye
$$I(x) = x \ln \frac{(1-p)x}{p(1-x)} - \ln \frac{1-p}{1-x}.$$
   A λ paraméterű Poisson eloszlás Cramér féle rátafüggvénye
$$I(x) = x \ln \frac{x}{\lambda} - x + \lambda.$$

2. Pistike szobájában két villanykörte van. Mindig mindkettőt égeti – már ha nincsenek kiégve. A körték egymástól függetlenül exponenciális eloszlású véletlen idő alatt égnek ki, 1 év várható értékkel. Ha csak az egyik van kiégve, Pistike nem törődik vele, de ha a második is kiég, akkor mindkettőt azonnal újra cseréli. Jelölje $X(t)$ a Pistike szobájában t időpontban világító villanykörték számát. Írjuk fel az $X(t)$ Markov lánc

   a.) állapotterét,

   b.) infinitezimális generátorát.

3. Ha Móricka kitölt egy IQ-tesztet, az elért eredmény normális eloszlású valószínűségi változó, aminek várható értéke a Móricka (általunk nem ismert) intelligencia-hányadosa, szórása pedig 5. Ha többet is kitölt, az eredmények azonos eloszlásúak és egymástól függetlenek (Móricka nem fejlődik). Móricka rögtön 10-et is kitöltött, és a következő eredményeket kapta: 86, 103, 99, 100, 109, 106, 91, 96, 97, 105. Döntsünk 95%-os szinten arról a hipotézisről, hogy Móricka intelligencia-hányadosa legalább 100. *(Segítség: a fenti számok összege* 992*, négyzetösszege* 98854*.)*