

# Felsőbb Matematika Villamosmérnököknek - Sztochasztika 2. ZH pótlása

2015. december 14. 10:00

Munkaidő: 50 perc. Minden feladat 15 pontot ér.

1. Móricka addig dobál egy dobókockát, amíg ki nem jön a hatos – majd ezt megismétli még 999-szer (vagyis összesen 1000 hatost dob). Adjunk nagy eltérés becslést annak a valószínűségére, hogy ez alatt összesen legfeljebb 5000-szer kell dobnia.

(Segítség: a  $p$  paraméterű Bernoulli eloszlás Cramér féle rátafüggvénye

$$I(x) = x \ln \left( \frac{x}{1-x} \frac{1-p}{p} \right) + \ln \left( \frac{1-x}{1-p} \right)$$

(ha  $0 < x < 1$ ). A  $p$  paraméterű (optimista) geometriai eloszlás Cramér féle rátafüggvénye

$$I(x) = x \ln \left( \frac{x-1}{x} \frac{1}{1-p} \right) + \ln \left( \frac{1}{p} \frac{1-p}{x-1} \right)$$

(ha  $x > 1$ ). )

2. Az  $X(t)$  folytonos idejű, időben homogén Markov lánc állapottere  $S = \{1, 2, 3, 4\}$ , tartózkodási idő paraméter vektora  $\underline{\lambda} = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ . A beépített diszkrét idejű Markov lánc átmenetmátrixa

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Körülbelül mennyi a  $\mathbb{P}(X(1000) = 4 \mid X(0) = 1)$  valószínűség?

3. Az 1 kg-os kiszerezésű savanyú káposzta csomagolása során a zacskóba kerülő káposzta tömege (amit gramm-ban mérünk) normális eloszlású valószínűségi változó, melynek várható értékét és szórását nem ismerjük. A gyártó persze azt állítja, hogy a várható érték legalább 1000. Ennek ellenőrzésére mintát vettünk a káposztázacskókból, és a következő tömegeket mértük: 1005; 1004; 1002; 998; 1004; 999. Döntsünk 90%-os szinten arról a hipotézisről, hogy a gyártó állítása igaz.