

Felsőbb Matematika Villamosmérnököknek - Sztochasztika 2. ZH pótpótlása

2015. december 18. 10:00

Munkaidő: 50 perc. Minden feladat 15 pontot ér.

1. Egy ZH-n legfeljebb 50 pontot lehet elérni (és legalább nullát). A ZH-t 100 felkészült és 50 készületlen hallgató írja meg. Mindegyikük eredménye véletlen és egymástól független, de a felkészültek esetén a várható érték 40 pont, míg a készületleneknél csak 19 pont. Adjunk nagy eltérés becslést annak valószínűségére, hogy az átlagpontszám 28 alatt marad.

(A p paraméterű Bernoulli eloszlás Cramér féle rátafüggvénye

$$I(x) = x \ln \left(\frac{x}{1-x} \frac{1-p}{p} \right) + \ln \left(\frac{1-x}{1-p} \right)$$

(ha $0 < x < 1$). A p paraméterű (optimista) geometriai eloszlás Cramér féle rátafüggvénye

$$I(x) = x \ln \left(\frac{x-1}{x} \frac{1}{1-p} \right) + \ln \left(\frac{1}{p} \frac{1-p}{x-1} \right)$$

(ha $x > 1$).)

2. Az X_n diszkrét idejű, időben homogén Markov lánc állapottere $S = \{1, 2, 3\}$, átmenetmátrixa

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}.$$

- a.) Rajzoljuk le a Markov lánc gráf-reprezentációját!
 - b.) Ha a Markov lánc az 1 állapotból indul, mennyi a valószínűsége, hogy utána rendre a 2,3,3,2,1 állapotok következnek?
 - c.) Körülbelül mennyi a $\mathbb{P}(X_{100} = 3 \mid X_0 = 1)$ valószínűség?
3. Mintát vettünk egy normális eloszlású valószínűségi változóból, aminek $\sigma = 3$ szórása ismert, de várható értéke ismeretlen. A kapott minta 1005; 1004; 1002; 998; 1004; 999. Döntsünk 90%-os szinten arról a hipotézisről, hogy a várható érték legfeljebb 1000.