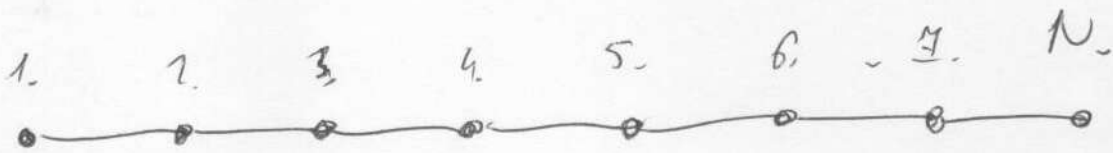


Spektális rős kölcsönhaté rőstecskenendáerdében

Mőttőit a követkő hővezetés-modell :

(1/3)



N db rőstecske van a sřam egyenesen.

Nem mozognak, csak mindegyik "tőrd" valamennyi energiát.

Időnként — sřtochasztikas módon — kicserőlik az energiájuk egy rőstét a sřomszédjukkcal:

Ha az energiák sřorozata x_1, x_2, \dots, x_N ,

akkor minden $(i, i+1)$ rőstecskepárnak van egy exponenciális őrdője, ami $\sim \text{Exp}(\lambda)$ idő után csőrdőg,

ahol $\lambda = \lambda(x_i, x_{i+1})$ függ az energiáktól.

Amikor az őrdő csőrdőg, újraosztjuk az energiát eten 2 rőstecske között, sřintőn vőletlen módon —

pl. $\alpha(x_i + x_{i+1}) =: x_i'$ lesz az i. rőstecske új ener-

giájja és $(1-\alpha)(x_i + x_{i+1}) =: x_{i+1}'$ lesz az $(i+1)$ -edikő;

a többi energia nem változik (de némelyik exponenciális őrdő újra kell hangodni)

~~is vőletlen~~ $\alpha \in [0, 1]$ is vőletlen.

Így az $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) = \underline{x}(t)$ stochasztikus folyamat egy folytonos idejű (és folytonos állapotterű) Markov-lánc (amelyből is egy Markov-ugrás-folyamat).

(2/5)

Távlati cél annak bizonyítása, hogy ha N nagy, akkor
— elég messziről és elég sokáig nézve — az energia
áramlásáé lényegében a Fourier-féle hővezetési törvény
(egy determinisztikus parc. diff. egyenlet) szerint történik.

Ennek egy picike, de fontos lépése:

Értsük meg, hogyan függ a Markov-lánc spektrális
rése N -től, adott átlag-energia mellett.

[A spektrális rés pontos fogalmát most nem írjuk le,
de azt szeretnénk látni, hogy milyen gyors a
Markov-láncon az egyensúlyi eléréshez való konvergencia.

Minket ez nem általában mindenféle $\lambda = \lambda(x_i, x_{i+1})$ függ-
vényre és $\alpha \in [a, 1]$ val. változóra érdekel, hanem néhány
nagyon konkrét λ -ra és α -ra, amit dinamikai
eredetű hővezetési-moделlek motiválnak: A stochasztikus
(Markov) modellektől egy olyan determinisztikus modellektől
„ered”, ahol korongok ütköznek: N db gölyb van 1-1

„ketrecben”, ahogyan

Kimenni nem tud, de ütlezhet - és energiát cserélhet -
a szomszédokkal.

(4/5)

A spektrális rés ~~2015 óta ismer~~ N -függése
2015 óta ismert a minket érdeklő rendszerekre,
a mennyiben az összes részecske egyforma (a rendszer
homogén). Vistent jó okunk van, hogy érdekeljenek
inhomogén rendszerek is, amikor kétféle részecske
van a rácsban felvéltva.

Konkretan: adott állapot energiája
minden rész $\sim \frac{1}{N}$

Jó ok: A ~~statisztika~~ Markov modell "statisztika" a
dinamikai modellből ~~is~~ ilyen rendszerekre tudjuk rendszeresen
megcsinálni; homogén rendszerekre csak heurisztikusan.

A feladat nehéz (bár pontosan nem tudom, hogy mennyire).

A feladat fontos része a spektrális rés ~~par~~ minél pontosabb
érdekének meghatározása néhány kicsi ($N=3$ vagy $N=4$)
rendszerre. ~~Itt~~ Van elképzelésem, hogy ezt hogyan kellene
numerikusan csinálni.

Am lehet próbálnni a matematikai leg stigori tárgyalással
is, a homogén esetet megoldó cikk megértésével és
adaptálásával. (A cikk naqyon jó.)

5/5