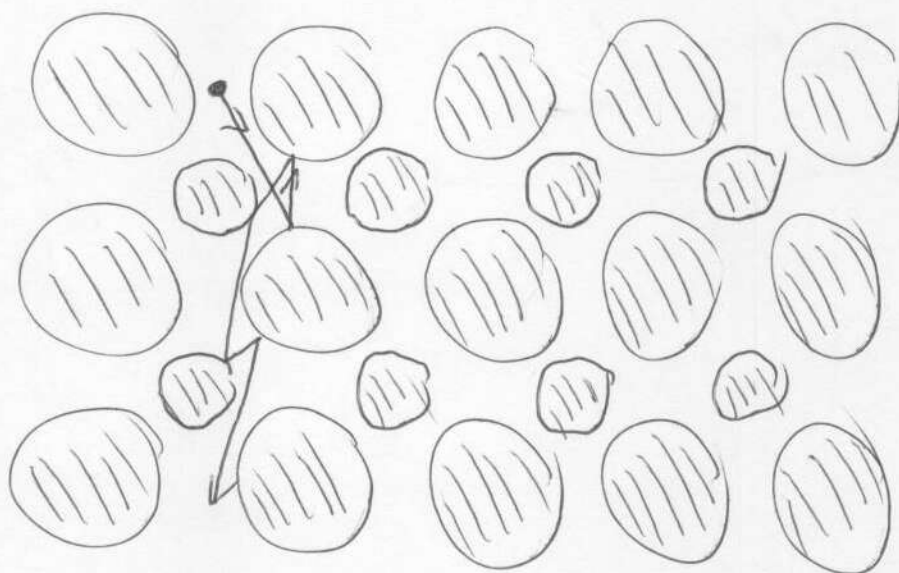


Korrelációsfüggés és szingularitások biliárdgolyóiban

1/4

Egy flipper-golyó pattog egy végtelen, periodikus flipperben:



/// = akadályok

Legyen $X(t) \in \mathbb{R}^2$ a golyó helye t idő elteltével.

Legyen $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ megfigyelhető mennyiség

[a könnyebbés kedvéért tegyük fel, hogy f is]
[periodikus, ugyanúgy, mint az akadályok]

Ekkor $t \mapsto f(X(t))$ függvény ~~is~~ **perste determinisztikus**:

egyértelműen meghatározza a golyó kezdeti állapotát

(brtsd: hely + sebesség). AMDE ha a kezdeti

állapot ~~is~~ véletlen, akkor $f(X(t))$ is véletlen, vagyis

stochasztikus folyamat

Fontos: Ez a folyamat nagyon nem Markov, (2/4)

Nagyon hosszú memoriaján: a legelőjén elől minden.

Ezt döbbedes tény: Exponenciális korrelációcsökkenés:

~~$r(f(x(0)), f(x(t))) \leq C e^{-\lambda t}$~~ $\exists C < \infty, \lambda > 0,$
hogy

$$r(f(x(0)), f(x(t))) \leq C e^{-\lambda t} \quad (\otimes)$$

aher $r(A, B) := \frac{\text{Cov}(A, B)}{\sqrt{\text{Var}A} \sqrt{\text{Var}B}}$ az A, B val. változók

Korrelációs együtthatója

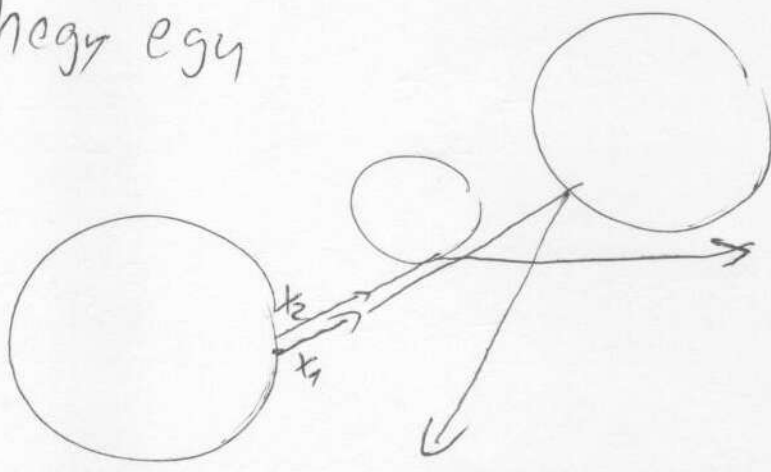
[legalább is f -eknek és kezdeti eloszlásoknak]
egy stabil osztályra

~~Hívás~~ Vagyis ez a determinisztikus rendszer olyan lép
keverési tulajdonságokat mutat, mint a legstabil Markov
stochasztikus folyamatok.

Hívás: a rendszerben KÁOSZ uralkodik: az $X(t)$
függvény nagyon érzékeny $X(0)$ választására.

Rossz hír: az exponenciális korrelációlecsengést
egyelőre csak \mathbb{Z} dimenzióban tudjuk bizonyítani
(ahogy a rajzon is van), 3D-ben nem megy.

A nehézséget a stingularitások okozták: nagyon nem
mindegy, hogy egy



stereotípust pont eltalálunk, vagy pont nem.

LEGALÁRB IS A MA LÉTEZŐ BIZONYÍTÁSOK
SORÁN.

Feladat: Próbáljuk megérteni, hogy van-e a stingulari-
tásnak tényleges szerepe a korrelációlecsengésben:
Vajon a \mathbb{Z} exponens a \otimes képletben nagyobb-e,
vagy kisebb-e egy olyan rendszerben, amiben csak a

Singularitás?

(4/4)

Megvalósítás: Próbáljuk meg numerikusan minél pontosabban meghatározni λ -t különböző strobótest-elrendezésekre.

Ez történhet

- ~~Monte Carlo~~ stírnulációval,

vagy

- más trükkös módszerrel a "spektrális rés"

kötélítésére