

# Sztochasztika 2 ZH

2012. november 19. 16:00

Felsőbb matematika tárgy, villamosmérnök MSc

Munkaidő: 45 perc.

**A ZH-ra mindenki írja rá a gyakorlatának napját és a gyakvezetője nevét!**

1. Bergengóciában minden férfinak pontosan 2 gyereke születik, akinek továbbadja családnevét. Mindkét gyerek a rokonai nemétől függetlenül  $1/2$  valószínűséggel lesz fiú. Gócbereki Pál egyedül viseli a Gócbereki nevet, amikor a fenti szabály szerint szaporodni kezd.
  - (a) Mennyi a valószínűsége, hogy Gócbereki Pál egyetlen fiú unokája sem Gócbereki (vagyis hogy nincs egyenesági (fiú) unokája)?
  - (b) Pálnak várhatóan hány fiúunokáját hívják Gócberekinek?
  - (c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy előbb-utóbb eltűnik a Gócbereki név?
  - (d) Mennyi Pállal kezdve a történelem során a Gócberekiek össz-számának várható értéke?

2. Egy fizikai kísérletben a kutatók radioaktív bomlási eseményeket próbálnak megfigyelni. A kísérlet során a mintájukban történő bomlási események száma véletlen, Poisson eloszlású 30 paraméterrel. Egy bomlást, ami *megtörténik*, nem biztos, hogy *észlelnek* is: az észlelés valószínűsége minden megtörtént bomlásra  $\frac{1}{3}$ , a többitől függetlenül. Mi az *észlelt* bomlások számának eloszlása?

(Tipp: egy lehetséges megoldás a generátorfüggvény kiszámolása.)

3. Móricka elhatározza, hogy addig dobál egy dobókockát, amíg 1000-szer ki nem jön neki a hatos. (Persze nem feltétlenül kell az 1000 hatosnak egymás után kijönni.) Valamelyik nagy eltérés tétel segítségével becsüljük meg annak a valószínűségét, hogy ez legfeljebb 5000 dobásból sikerül neki.

(Segítség: a  $p$  paraméterű Bernoulli eloszlás Cramér féle rátafüggvénye

$$I(x) = x \ln \left( \frac{x}{1-x} \frac{1-p}{p} \right) + \ln \left( \frac{1-x}{1-p} \right)$$

(ha  $0 < x < 1$ ). A  $p$  paraméterű (optimista) geometriai eloszlás Cramér féle rátafüggvénye

$$I(x) = x \ln \left( \frac{x-1}{x} \frac{1}{1-p} \right) + \ln \left( \frac{1-p}{px-1} \right)$$

(ha  $x > 1$ ). )