

Valószínűségszámítás 1. ZH
2005. október 21.

1. Móricka és Pistike ping-pongoznak. Minden játszmát a többitől függetlenül Móricka p , Pistike pedig q valószínűséggel nyer meg, ahol $p > 0$, $q > 0$ és $p + q = 1$. A játék akkor ér véget, ha valaki két egymás utáni játszmát megnyer.
 - (a) Mi a valószínűsége, hogy Móricka nyeri az utolsó játszmát?
 - (b) Mi a valószínűsége, hogy ugyanaz nyeri az első játszmát, mint az utolsót?
 - (c) Ha tudjuk, hogy az utolsó játszmát Móricka nyerte, mennyi a valószínűsége, hogy az első is?

2. Egy tesztrendszerű vizsgán mind a 21 kérdésre igennel vagy nemmel kell válaszolni. Sikeres a vizsgája annak, aki legalább 11 kérdésre helyesen válaszol. Sajnos mind az n hallgató teljesen felkészületlen, ezért vaktában tippelnek, egymástól is függetlenül. Mi a valószínűsége, hogy a sikeresen vizsgázó hallgatók száma páros? Aki tud, adjon zárt formulát!

Bónusz feladat pirospontért: Mi a valószínűsége, hogy a sikeresen vizsgázó hallgatók száma osztható hárommal? (segítség: nézzük meg az $a_k = \frac{z^k + z^{-k} + 1}{3}$ sorozatot, ahol $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$)

3. Egy mogyorós-mazsolás Boci csokiban átlagosan 30 mazsola-darab és 30 mogyoró-darab van. A csokit 24 egyforma nagy darabra törjük, és megeszünk közülük kettőt. Mennyi a valószínűsége, hogy az elfogyasztott mazsola- és mogyoródarabok együttes száma legalább 3?