

# 7. gyakorlat

Matematika A4  
Vetier András kurzusa

2009. március 27.

## 1. Szórás

1. Az alábbi négy eset mindegyikében egy diszkrét eloszlású  $X$  valószínűségi változó eloszlását táblázatban adjuk meg. Mind az öt esetben adja meg  $X$  várható értékét, szórását és a várható értéktől vett abszolút eltérés várható értékét!

a) 

$x$	0	1	2	3	4
$\mathbb{P}(x)$	0.2	0.3	0.2	0.1	0.2

b) 

$x$	5	6	7	8	9
$\mathbb{P}(x)$	0.2	0.3	0.2	0.1	0.2

c) 

$x$	0	10	20	30	40
$\mathbb{P}(x)$	0.2	0.3	0.2	0.1	0.2

d) 

$x$	2	12	22	32	42
$\mathbb{P}(x)$	0.2	0.3	0.2	0.1	0.2

2. Két kockával dobva

- a) a nagyobbik számnak,  
b) a dobott számok összegének,

mennyi a várható értéke és a szórása?

3. A diszkrét  $P$  eloszlás tagjai:  $p(x) = \frac{x^2}{30}$  ( $x=1,2,3,4$ ). Mennyi az eloszlás várható értéke? Szórása?
4. Legyen  $X$  egy dobókockával dobott szám. Mennyi  $X$  szórása? Mi a helyzet  $n$  oldalú "kocka" esetén?
5. A kockadobás értékét megszorozom 3-mal, és hozzáadok 5-öt. Mennyi az így kapott valószínűségi változó szórása?
6. Egy dobozból, amiben 4 piros és 6 fehér golyó van, visszatevés nélkül kihúzok 3 golyót. Jelölje  $X$  a kihúzott piros golyók számát! Mennyi  $X$  szórása?
7. Számítsuk ki az  $f(x) = 2x$  ha  $0 < x < 1$  sűrűségfüggvényt követő  $X$  valószínűségi változó valamely  $c$  értéktől vett átlagos eltérését ( $\mathbb{E}(|X - c|)$ ), illetve  $c$ -től való négyzetes eltérés abszolút értékét ( $\mathbb{E}((X - c)^2)$ )! Mely  $c$ -re lesz az egyik, illetve a másik érték minimális?
8. Számítsuk ki az  $[a, b]$  intervallumon vett egyenletes eloszlást követő  $X$  valószínűségi változó szórását és a várható értéktől vett átlagos abszolút eltérését! Melyik a nagyobb?
9. Számolja ki a  $[0, 1]$  intervallumon vett egyenletes eloszlás
- a) harmadik

b)  $n$ -edik

momentumát.

10. Egy ismerőssel 7 órakor van találkozóm. Érkezése egyenletes eloszlású a 7 óra körül, öt perc szórással. Melyik az a legkorábbi időpont, amikorra ismerősünk biztosan megérkezik?
11. Határozza meg az alábbi  $X$  valószínűségi változók várható értékét, mediánját, szórását! (ahol  $RND$  - számítógép által generált - egyenletes eloszlású valószínűségi változót jelent 0 és 1 között):
- $X = 3RND$
  - $X = (-3)RND$
  - $X = 3RND + 7$
  - $X = RND^2$
  - $X = 3RND^2 + 5$
12. Az előző feladatban definiált  $X$  valószínűségi változók esetében mennyi az  $Y = X^2$  valószínűségi változó várható értéke, mediánja, szórása?
13. Tegyük fel, hogy egy  $r$ -sugarú céltáblán a találat helye egyenletes eloszlású. A találatnak a középponttól való távolsága legyen  $X$ . Határozza meg  $X$  várható értékét, mediánját, szórását és a várható értéktől vett abszolút eltérés várható értékét!
14. A  $[0, 1]$  intervallumon vett egyenletes eloszlás szerint és egymástól függetlenül kijelölünk 2 pontot. Mennyi a nagyság szerinti nagyobbik várható értéke, mediánja, szórása!
15. A  $[0, 1]$  intervallumon vett egyenletes eloszlás szerint és egymástól függetlenül kijelölünk 3 pontot. Mennyi a nagyság szerinti
- legkisebb
  - középső
- várható értéke, mediánja, szórása!
16. Legyen  $X = RND^2$ . Az  $X$  valószínűségi változóra  $N$  kísérletet végzünk. A kísérleti eredmények:  $X_1, X_2, \dots, X_N$ . Hogyan válasszuk meg a  $c$  konstans, hogy nagy  $N$  esetén
- a kísérleti eredmények  $c$ -től való eltérései abszolút értékének
$$\frac{|X_1 - c| + |X_2 - c| + \dots + |X_N - c|}{N}$$
  - a kísérleti eredmények  $c$ -től való eltérései négyzetének
$$\frac{(X_1 - c)^2 + (X_2 - c)^2 + \dots + (X_N - c)^2}{N}$$
- átlaga várhatólag a legkisebb legyen?
17. Számolja ki az exponenciális eloszlás harmadik momentumát!
18. A medián fogalmának általánosításaként ismerkedjünk meg a kvantilis fogalmával! Egy eloszlás, illetve egy  $X$  valószínűségi változó  $p$ -kvantilisének nevezzük azt a  $c$  értéket, melyre teljesül, hogy a  $(-\infty, c)$  intervallum valószínűsége  $p$ , a  $(c, \infty)$  intervallum valószínűsége  $1 - p$ . Számítsa ki az alábbi eloszlások, illetve valószínűségi változók 0, 25-, 0, 75-, illetve tetszőleges  $p$ -re a  $p$ -kvantiliseit:
- egyenletes eloszlás
  - $X = RND^2$
  - exponenciális eloszlás