

1. Egy szabályos dobókockát egyszer feldobunk. Legyen A az az esemény, hogy a kapott szám páros, B az az esemény, hogy a kapott szám kisebb, mint 4, végül C az az esemény, hogy a kapott szám több, mint 2. Írja le, hogy mit jelentenek a következő események: (Indoklás is szükséges, minden helyes válasz 2 pont)

(i) $B \cap C$

(ii) $A \setminus B$

(iii) $(A \setminus B) \setminus C$

(iv) $A \setminus (B \cap C)$

(v) $[A \setminus (B \cap C)] \cup [(A \setminus B) \setminus C]$

2. Legyen A és B két független esemény, amelyekre $A \subset B$ és $P(A) > 0$ teljesül. Mennyi $P(B)$? (5 pont) Pisti és Anna saját kártyapaklival rendelkezik, mindketten kihúznak véletlenszerűen 3-3 kártyalapot. Mi a valószínűsége annak, hogy Pisti lapjai lesz király, Anna lapjai között pedig lesz legalább két király? (5 pont)

3. Legyen az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} Ax, & \text{ha } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{különben} \end{cases} .$$

Számítsa ki az A értékét. (4 pont) Számítsa ki X várható értékét. (6 pont)

4. Határozza meg azt az $\mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ differenciálható függvényt, amelynek a deriváltja egyenlő a négyzetével. (4 pont) Adja meg az összes olyan $\mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ differenciálható függvényt, amelynek a második deriváltja egyenlő a -1 -szeresével. (6 pont)
5. Oldja meg a $y'' + 9y = 0$ differenciálegyenletet a Laplace - transzformáció felhasználásával az $y(0) = 1$ és az $y'(0) = 2$ kezdeti feltételekkel. (10 pont)

6. A k egész paraméter értékére mikor lesz az $f(z) = \frac{\sin z}{z^k}$ -nek az integrálja nulla a $|z| = 1$ -en? (3 pont)

Írja fel algebrai alakban az $\int_0^1 e^{x(i)+iy(t)} dt$ integrált, ha $x(t)$, $y(t)$ tetszőleges folytonos valós függvények (nem kell kiszámolni (nem is lehet), csak kijelölni). (3 pont)

Írja fel az $e^{u(x,y)} + i \sin(v(x,y))$ függvény Cauchy–Riemann-egyenleteit az (x,y) pontban, ha $u(x,y)$ és $v(x,y)$ differenciálható függvények. (4 pont)