

1. Választunk három pozitív egész számot. Legyen A az az esemény, hogy az első szám páros, B az, hogy a második, C pedig az, hogy a harmadik szám páros. Fejezze ki A , B és C segítségével az alábbi eseményeket: (Minden helyes válasz 2 pont.)

(i) Csak az első szám páros.

(ii) Legalább kettő szám páros.

(iii) Legfeljebb egy szám páros.

(iv) Pontosán kettő szám páros.

(v) Egyik szám sem páros.

2. Legyenek az A , B és C események páronként függetlenek. Tegyük fel, hogy $P(A(B + C)) = P(A)P(B+C)$. Mindkét oldal egyszerűbb alakra hozásával igazoljuk, hogy $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$.

3. Legyen az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} Ax, & \text{ha } 0 \leq x < 5 \\ A(10 - x), & \text{ha } 5 \leq x < 10 \\ 0, & \text{különben} \end{cases} .$$

Számítsa ki az A értékét. (4 pont) Számítsa ki X várható értékét. (6 pont)

4. Milyen alakban keressük egy-egy partikuláris megoldását az alábbi differenciálegyenleteknek? (Minden helyes válasz 2 pont.)

(i) $y'' - 2y' + y = x^2$

(ii) $y'' - 2y' + y = 2x + 5 + \cos x$

(iii) $y'' - 2y' + y = 3e^x$

(iv) $y'' - 2y' + y = e^x + \sin x$

(v) $y'' - 2y' + y = xe^x$

5. Oldja meg a $y'' + y' = x^2 + 2x$ differenciálegyenletet a Laplace - transzformáció felhasználásával az $y(0) = 4$ és az $y'(0) = -2$ kezdeti feltételekkel. (10 pont)

6. (a) Legyen n egész szám. Számítsa ki az $f(z) = (z - a)^n$ integrálját az $|z - a| = R$ pozitívan irányított görbén. (5 pont)

(b) Adja meg az összes olyan komplex számot, amelyre $\sin z = \cos z$ teljesül. (5 pont)