Matematika A3 **4. Vizsga** **2018 január 16.**

1. Egy medencét két csapon át lehet megtölteni. Legyen A az az esemény, hogy az első csapon át folyik víz, a B pedig az, hogy a második csapon át folyik. Írja le, hogy mit jelntenek a következő események. (Minden helyes válasz 2 pont.)

   (a) $\overline{A \cdot B}$

   (b) $\overline{A + B}$.

   (c) $A - B$

   (d) AB

   (e) $A + B$

2. (a) A 32 lapot tartalmazó magyar kártyacsomgból találomra választunk három lapot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy lesz köztük legalább egy ász? (A magyar kártyacsomagban négy ász van, mind a négy színből egy.) (5 pont)

   (b) Legyenek az A, B független események. Igazoljuk, hogy $P(A+B) = 1 - P(\overline{A})P(\overline{B})$. (5 pont)

3. Legyen az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye

$$f(x) = \begin{cases} A(4x - 2x^2), \text{ ha } 0 \le x \le 2 \\ 0, \text{ különben} \end{cases} .$$

   Számítsa ki az A értékét. (4 pont) Számítsa ki X várható értékét. (6 pont)

4. (a) Legyen $y^{''} + 2y^{'} + 5y = \frac{e^x}{1+e^{5x}}$. Írja fel az egyenlethez tartozó Wronski - determinánst (kiszámolni nem kell, 5 pont).

   (b) Adja meg azt az integráló tényezőt, amivel beszorozva az alábbi differenciálegyenlet mindkét oldalát, az egyenlet egzakt lesz: $xdy + (x^2 - 1 - y)dx = 0$ (megoldani nem kell, 5 pont).

5. Oldja meg a $y^{''} + 3y^{'} + 2y = e^{2x}$ differenciálegyenletet a Laplace - transzformáció felhasználásával az $y(0) = 0$ és az $y^{'}(0) = 2$ kezdeti feltételekkel. (10 pont)

6. (a) Melyek azok az $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ és $g(z) = v(x,y) + iu(x,y)$ függvények, amelyek mindketten reguláris

ak az egész komplex számsíkon? Indokoljon. (5 pont)

   (b) Írja fel $u(x,y) + iv(x,y)$ alakban az $f(z) = \cos z$ függvényt. (5 pont)