

Név:

Neptun kód:

|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|

Gyak.:  szerda  csüt.

|    |    |    |    |    |            |
|----|----|----|----|----|------------|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | $\Sigma^*$ |
|    |    |    |    |    |            |

**1. feladat (25 pont)**

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az adott kezdeti feltétellel!

$$0 < x \mapsto y(x) \quad (yx + e^x)' + y = 0, \quad y(1) = 1.$$

**2. feladat (25 pont)**

Adjuk meg (nem feltétlen explicit alakban) a következő differenciálegyenlet összes megoldását!

$$x \mapsto y(x) \quad y' = y^2 + 2xy + x^2 - 5.$$

**3. feladat (25 pont)**Írjunk expliciten föl egy olyan  $x \mapsto y(x)$  függvényt, melynek az  $x = 0$ -ban lokális minimuma van és kielégíti az

$$y''' + 4y'' + 5y' = 1$$

differenciálegyenletet.

**4. feladat (25 pont)**Tegyük föl, hogy az  $x \mapsto y(x)$  függvény egy megoldása az

$$y' = (2 - y)(2 - y + e^{-x})$$

differenciálegyenletnek és  $y(0) = 0$ . Mutassuk meg hogy (i)  $y$  szigorúan monoton nő és konkáv, (ii)  $y(0.1) \in (0, 0.6)$ .

*Segítség: fontoljuk meg, hogy bár egy általános megoldás explicit fölírása nehéz, talán van a kérdéses differenciálegyenletnek egy könnyen fölírható megoldása is.*

**5. feladat (5 pont)**

Mi az az Euler nevéhez kötődő formula, mely előkerült az egyik előadáson? Röviden arról is értekezzünk, miben rejlik a formula matematikai szépsége.

\*Az utolsón kívül minden kihúzott feladat 4 pontot ér.