

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

Gyak.:  szerda  csüt.

1.	2.	3.	4.	5.	$\Sigma^*$

1. feladat (25 pont)

Oldjuk meg a következő differenciálegyenletet az adott kezdeti feltétellel!

$$x \mapsto y(x)? \quad (x^2 + 2x + 2)(y' - y^2) = (2x + 2)y, \quad y(-1) = 1.$$

2. feladat (25 pont)

Adjuk meg (nem feltétlen explicit alakban) a következő differenciálegyenlet összes megoldását!

$$x \mapsto y(x)? \quad e^{2x}y' = xy^2 - xy - 2x.$$

3. feladat (25 pont)

Válasszuk meg az  $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$  együtthatókat és az  $x \mapsto b(x)$  függvényt úgy, hogy mind az  $x \mapsto y_1(x) = (e^{2x} + \sin(3x))^2$ , mind pedig az  $x \mapsto y_2(x) = e^{4x} - \cos^2(3x)$  függvény megoldása legyen a következő differenciálegyenletnek:

$$x \mapsto y(x)? \quad a_0y + a_1y' + a_2y'' + y''' = b.$$

4. feladat (25 pont)

Tegyük föl, hogy az  $x > 0$  tartományon az  $x \mapsto y(x)$  függvény egy megoldása az

$$y' = 1 + \frac{y}{x} + \cos\left(\frac{y}{x}\right)$$

differenciálegyenletnek. Fejezzük ki  $y''$ -t mint  $x$  és  $y$  függvényét és mutassuk meg: (i)  $y'' \geq 0$  a teljes  $x > 0$  tartományon, (ii) ha  $y(1) = 0$ , akkor  $y(2) \in (2, 2\pi)$ .

*Segítség (ii) -hez: az alsó becsléshez használjuk föl (i) -t, a felső becsléshez pedig fontoljuk meg, hogy bár egy általános megoldás explicit fölrírása nehéz, talán van a differenciálegyenletnek néhány könnyen fölrítható megoldása is.*

5. feladat (5 pont)

Melyik az a német szó, mely megközelítést, kezdetet és egyben csírát is jelent? Röviden arra is térjünk ki, mire használjuk ezt a kifejezést a matematikában.

\*Az utolsón kívül minden kihúzott feladat 4 pontot ér.