

## Tematika

Matematika A2a (BMETE90AX02)

### Lineáris tér

A művelet fogalma. Nevezetes algebrai struktúrák: félcsoport, csoport, gyűrű, test. A lineáris tér fogalma és alaptulajdonságai.  $F$  test elemeiből képezett  $n$ -elemű sorozatok  $F^n$  vektortere. Vektorok lineáris kombinációi. Vektorok lineáris függetlenségének fogalma. A generátorrendszer fogalma. A kicserélési tétel. A bázis fogalma. Vektortér dimenziója. Altér, generált altér, vektorrendszer rangja (mint az általa kifeszített altér dimenziója (ekvivalens módon: a közöttük levő lineárisan függetlenek számának maximuma)). Vektorterek közötti lineáris leképezés fogalma. Vektorterek izomorfizmusa.  $F$  test feletti  $n$ -dimenziós vektortérnek az  $F^n$  vektortérre való izomorfizmusai (vektorok koordinátázása). Lineáris leképezés nulltere és képtere. A dimenziótétel.

### Mátrixalgebra

Gyűrű feletti mátrix fogalma. Műveletek mátrixok között (összeadás, szorzás). A mátrixműveletek tulajdonságai.  $R$  gyűrű feletti  $n \times n$ -típusú mátrixok  $M_n(R)$  gyűrűje. Egységelemes  $R$  gyűrű feletti  $M_n(R)$  mátrixgyűrű (egységmátrix, mátrix inverzének fogalma).  $F$  test feletti  $m \times n$ -típusú mátrixok  $M_{m \times n}(F)$  vektortere.

### A determináns

Kommutatív gyűrű feletti négyzetes mátrix determinánsának fogalma (az első sor szerinti kifejtés). A determináns alaptulajdonságai: a kifejtési és a ferde kifejtési tétel, mátrix transzponáltjának determinánsa, egy-, illetve két sorra vonatkozó tulajdonságok, a determinánsok szorzástétele. Test feletti reguláris és szinguláris mátrix invertálhatóságának vizsgálata. Kommutatív gyűrű feletti mátrix aldeterminánsának fogalma. Test feletti mátrix rangja. A rang meghatározása aldeterminánsok segítségével. Elemi átalakítások. A rangszám-tétel. Test feletti mátrix sorlépcsős alakja.

### Lineáris egyenletrendszerek

Test feletti lineáris egyenletrendszerek három alakja (általános alak, lineáris kombinációs alak, mátrixszorzatos alak). Test feletti lineáris egyenletrendszerek megoldhatóságának és egyértelmű megoldhatóságának mátrixrangos feltétele. Megoldási módszerek: a Gauss-módszer, a Cramer-szabály. Homogén lineáris egyenletrendszerek. Mátrix sajátértékei és sajátvektorai. Mátrixok hasonlósága. Hasonló mátrixok sajátértékei.

### Lineáris leképezés

Műveletek lineáris leképezések között (lineáris leképezések összege, szorzata), lineáris leképezések skalárszorosa. Lineáris leképezések mátrixa, lineáris leképezések összegének, szorzatának, skalárszorosának mátrixa. Bázistranszformáció. Lineáris transzformációk sajátértékei, sajátvektorai. Mátrixok diagonalizálhatósága. Az  $R^n$  vektortér (skaláris szorzás, ortogonalitás, ortonormált bázis, lineáris transzformációk ( $n$ -dimenziós tenzorok), szimmetrikus, ferdén szimmetrikus tenzorok). A valós számok teste feletti lineáris egyenletrendszerek.

### Számsorok, függvénysorok

Számsorok: alapfogalmak, konvergencia, divergencia, abszolút és feltételes konvergencia, konvergenciakritériumok, sorok átrendezése, Leibniz-sorok. Függvénysorozatok és függvénysorok: alapfogalmak, konvergenciataromány, határfüggvény, összegfüggvény. Hatványsorok: konvergencia-intervallum (Abel-tétel), konvergenciasugár. A Taylor-polinom, a Taylor formula, a Taylor-sor, elemi függvények Taylor-sora, sorfejtés technikája. Fourier-sorok: páros és páratlan függvények Fourier-sora, a sorfejtés technikája, nevezetes számsorok összegének kiszámítása.

### Többváltozós függvények

Többváltozós függvények: többváltozós függvények megadása, szemléltetése, határértéke, folytonossága. Többváltozós függvények differenciálszámítása: deriváltvektor, gradiens és parciális deriváltak kapcsolata, geometriai szemléltetés, szintfelületek, lánc-szabály, középértéktétel, Young-tétel, differenciál, függvény lineáris közelítése. Iránymenti derivált: kiszámítása, a parciális deriváltakkal való kapcsolata. Többváltozós függvények szélsőértéke. Vektor-vektor függvény deriválhatósága, Jacobi-mátrix és -determináns. Többváltozós függvények integrálja: területi és térfogati integrál, ezek kiszámítása kétszeres és háromszoros integrállal, integráltranszformáció.