

Állapítsuk meg, hogy vannak-e szélsőértékei az alábbi kétváltozós  $f$  függvényeknek, s ha igen, hol és milyenek:

$$52^{\triangleright} x^3 + y^3 - 3xy,$$

$$53. 4x^2 + 2xy - 5y^2 + 2,$$

$$54. 4x^2 + 2xy + 5y^2 + 2,$$

$$55. -4x^2 + 2xy - 5y^2 + 2,$$

$$56. x^3 - 3xy + y^3,$$

$$57. x^3 + 3xy + y^3,$$

$$58^{\triangleright} 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2,$$

$$59^{\circ} x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2,$$

$$60. x^4 + y^4,$$

$$61. x^4 - y^4,$$

$$62. x^4 + y^4 - 4xy,$$

$$63. xy^2(1 - x - 2y), \quad x, y > 0,$$

$$64. x + \frac{y}{x} + \frac{8}{y},$$

$$65. x + \frac{y^2}{4x} + \frac{1}{y},$$

$$66. \frac{xy}{27} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y},$$

$$67. x^2 + x \ln y,$$

$$68. xy + 2x - \ln x^2y, \quad (x > 0, y > 0),$$

$$69. e^{xy},$$

$$70. y \sin x,$$

$$71. \sin x + \cos y.$$

Állapítsuk meg, hogy vannak-e szélsőértékei az alábbi többváltozós  $f$  függvényeknek, s ha igen, hol és milyenek:

$$74^{\triangleright} x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z,$$

$$75. yz - 2x + 3z - (x^2 + y^2 + z^2),$$

$$76. x^2 + y^2 + z^2 - xy - 6x + 2z,$$

$$77^{\triangleright} xy^2z^3(1 - x - 2y - 3z), \quad x, y, z > 0,$$

$$78. x + \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{16}{z},$$

$$79. x + \frac{y/2}{4x} + \frac{z/2}{y} + \frac{2}{z},$$

Határozzuk meg az alábbi háromváltozós  $f$  függvényeknek a megadott egyenletekkel leírt felületre vagy görbére vonatkozó feltételes szélsőértékeit:

$$102^{\triangleright} f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z, \quad x + y + z = 0,$$

$$103^{\triangleright} f(x, y, z) = x^3 + y^2 + z, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1,$$