(1) Egyes függvényhalmazokon az

$$(f * g)(x) = \int_0^x f(t)g(x-t)dt$$

integrállal definiált un. konvolúció egy művelet, azaz tetszőleges $f, g \in \Lambda$ esetén $f * g \in \Lambda$. Mutassuk meg, hogy ez a művelet kommutatív!

(2) Az alábbi halmazok közül melyek alkotnak gyűrűt a szokásos összeadásra és szorzásra nézve:

$$\{a + bi : a, b \text{ egész számok}\},$$

$$\{a + bi : a, b \text{ egész számok}, ab = 0\}?$$

(3) Határozzuk meg a $(Z_6; +, \cdot)$ gyűrű azon elemeit, amelyeknek van inverze!

(4) Adjuk meg a $(Z_7; +, \cdot)$ test nem nulla elemeinek ellentettjeit és inverzeit (reciprokait)!

(5) Adjuk meg a $(Z_3; +, \cdot)$ test együtthatóival képezett

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + 2x^2 - 1$$

polinom Z_3-beni zérushelyeit! Végezzük el az $f(x)$ polinomnak a $g(x) = x - 1$ polinommal való maradékos osztását (a Z_3 testben)!

(6) Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges gyűrű 0 nullelemére és tetszőleges r elemére $0r = r0 = 0$ teljesül!

(7) Bizonyítsuk be, hogy a térbeli vektorok vektori szorzása nem asszociatív művelet!

(8) Döntsük el, hogy az $\underline{a} = [1, 2, -3]$, $\underline{b} = [1, 1, 2]$ és $\underline{c} = [3, 5, -1]$ térbeli vektorok lineárisan függetlenek-e!

(9) Vektoralgebrai eszközökkel mutassuk meg, hogy a paralelogramma átlói felezve metszik egymást!

(10) Bontsuk fel az $\underline{a} = [1, 0, -2]$ térbeli vektort a $\underline{b} = [1, 1, 2]$ vektorra merőleges és a $\underline{b}$-vel párhuzamos vektorok összegére!

(11) Mutassuk meg, hogy az R^n vektortérben bármely, a nullvektort nem tartalmazó, páronként merőleges vektorokból álló vektorrendszer lineárisan független!