Számítsuk ki az alábbi mátrixok rangját a definíció alapján:

80. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, **81.** $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 0 & -2 & 13 \\ -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, **82.** $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -2 & -6 & 4 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$,

83. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, ahol $a, b, c, d \in \mathbf{R}$.

Elemi átalakítások alkalmazásával számítsuk ki az alábbi valós, illetve komplex elemű mátrixok rangját:

84.* $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, **85.** $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix}$, **86.▹** $\begin{bmatrix} 1 & 2i & 1+2i \\ 3 & i & 3-i \\ 4i & -3 & -1+4i \end{bmatrix}$,

87.▹ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, **88.** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$, **89.** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 9 & 2 & 2 & 9 & 2 \\ 2 & 2 & 9 & 2 & 9 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$.

Az a, b milyen értékeire lesz az alábbi mátrixok rangja 1, 2 ill. 3?

90.▹ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & a \\ b & 0 & 5 \end{bmatrix}$, **91.▹** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & a \\ 3 & a & b \end{bmatrix}$, **92.** $\begin{bmatrix} a & b & b \\ b & 0 & 0 \\ b & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

93. $\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ b & 0 & a \\ a & b & 0 \end{bmatrix}$, **94.*** $\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ b & 1 & a \\ a & b & 1 \end{bmatrix}$, **95.** $\begin{bmatrix} a & 1 & b \\ 4 & a & b \\ 3a & b+3 & 0 \end{bmatrix}$.

Számítsa ki az alábbi mátrixok inverzét!

100.▹ $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -7 & 2 & 7 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$, **101.▹** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, **102.** $\begin{bmatrix} 9 & 5 & 3 \\ 5 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 6 \end{bmatrix}$,

103.* $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$, **104.*** $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, **105.** $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$,

Elemi sorátalakítások alkalmazásával határozzuk meg az alábbi **A** mátrixok inverzét:

109.* $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, **110.** $\begin{bmatrix} 9 & 8 & 4 \\ 9 & 8 & 7 \\ 9 & 10 & 14 \end{bmatrix}$, **111.** $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

112. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, **113.** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, **114.** $\begin{bmatrix} 2i+2 & 2i-3 & i \\ 1 & i & 2i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, Mátrix inverzének segítségével (lásd **T 20.2**) oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket:

1.
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 &= 1 \\ -x_1 + 8x_2 + 3x_3 &= 2 \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 10 \\ 3x_1 + 7x_2 + 4x_3 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

3.
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 0 \\ 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$$

4.
$$\begin{aligned} 5x_1 + 5x_2 + 2x_4 &= 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 &= -1 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \end{aligned}$$

A Cramer-szabály (**T 20.3**) segítségével oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket:

7.
$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 - x_3 &= 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= 11 \end{aligned}$$

8.
$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 11 \end{aligned}$$

9.
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 &= 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 &= 10 \end{aligned}$$

10.
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 &= -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 &= -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 &= -4 \end{aligned}$$