

Közvetlenül a definíció alapján bizonyítsuk be, hogy az alábbi számsorok konvergensek, és határozzuk meg a sorok s összegét:

$$1.^{\circ} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{6^n},$$

$$2.^{\circ} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{10^{2n+1}} + \frac{2}{10^{2n+2}} \right),$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{a+1} \right)^n; \quad a > 0,$$

$$4.^{\circ} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{2^n},$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-i)^{3n}}{3^n},$$

$$6. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1+\sqrt{3}i)^{9n}}{1024^n},$$

$$9.^{\circ} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)},$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2},$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9n^2 - 3n - 2},$$

$$12.^{\circ} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + (2i+1)n + i - 1},$$

$$13.^{\circ} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 2n(i+1) + 2i - 1},$$

Bizonyítsuk be, hogy a következő sorok divergensek:

$$23.^{\circ} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{a^n}; \quad 0 < |a| \leq 1,$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n-1},$$

$$25.^{\circ} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}},$$

$$26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}},$$

Döntsük el, hogy az alábbi sorok konvergensek vagy divergensek:

$$31. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n,$$

$$32.^{\circ} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 2},$$

$$33. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n^k}; \quad a > 1, \quad k \in \mathbf{N},$$

$$34. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{5^{n+a} - 1}; \quad a \in \mathbf{R}^+,$$

$$35. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+i)^n}{n2^n},$$

$$36. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n+in}},$$

$$37.^{\circ} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{2^n}; \quad x \in \mathbf{R},$$

$$38. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos x^n}{n^2}; \quad x \in \mathbf{R}.$$