Írjuk fel a következő feladatokban az $2p$ szerint periodikus f valós függvény Fourier-sorát, és vizsgáljuk meg, hogy mely helyeken állítja elő a sor a függvényt (a függvényt csak a $(-p,p]$ intervallumon adjuk meg):

143.* $f(x) = \pi^2 - x^2; \quad -\pi < x \le \pi,$

144.* $f(x) = \sin x; \quad -\frac{\pi}{2} < x \le \frac{\pi}{2},$

145.* $f(x) = \begin{cases} -2x, & \text{ha } -\pi < x \le 0, \\ 3x, & \text{ha } 0 < x \le \pi, \end{cases}$

146. $f(x) = |x|; \quad -\pi < x \le \pi,$

147.* $f(x) = \operatorname{sgn} \cos x; \quad -\pi < x \le \pi,$

148.* $f(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{ha } -\pi < x \le 0, \\ 0, & \text{ha } 0 < x \le \pi, \end{cases}$

149. $\arcsin(\cos x); \quad -\frac{\pi}{2} < x \le \frac{\pi}{2},$

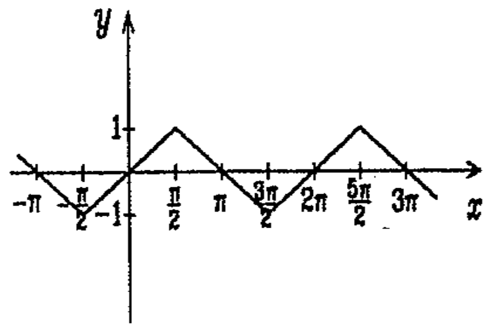
150. $\cos x; \quad -\frac{\pi}{2} < x \le \frac{\pi}{2},$

151. $f(x) = x\cos x; \quad -\frac{\pi}{2} < x \le \frac{\pi}{2},$

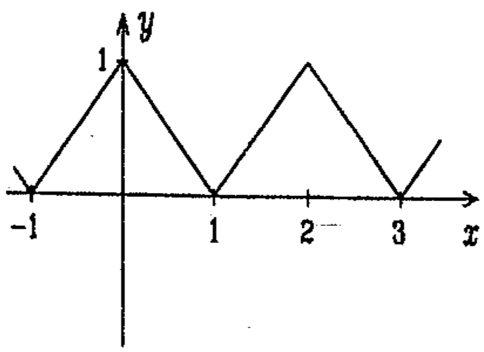
152.* $f(x) = |x| - 1; \quad -1 < x \le 1,$

Adjuk meg a Fourier-sort, ha összegfüggvényének grafikonja az alábbi:

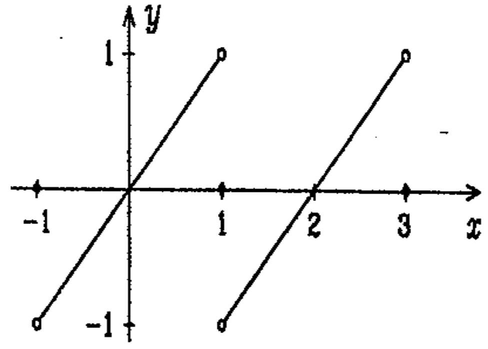
158.*



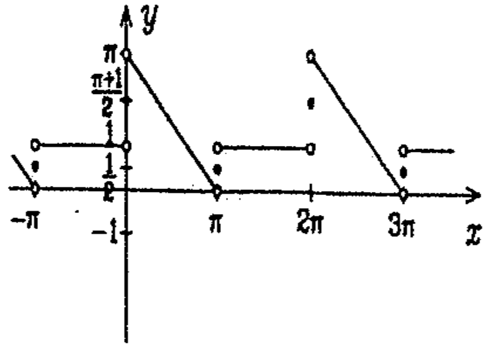
159.



160.



161.



Számítsuk ki az alábbi kétváltozós valós f függvények $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}} f(x,y)$ határértékét:

1. $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to\infty}} \dfrac{x+y}{x^2-xy+y^2}$, **2.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to\infty}} x\cos y$,

3. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2+4}-2}$, **4.** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{\sqrt{x^2+y^2+1}-1}{x^2+y^2}$,

5. $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 0}} \dfrac{\ln(x+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}}$, **6.** $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ y\to\infty}} \dfrac{2xy-1}{y+1}$,

Számítsuk ki az alábbi többváltozós valós függvények gradiensét a megadott P_0 helyen:

47. $f(x,y)=x\ln(x+y)$, $P_0(-2,3)$, **48.** $f(x,y)=\arccos\frac{x}{y}$, $P_0(1,2)$,

49. $f(x,y,z)=z-\sqrt{x^2+y^2}$, $P_0(3,-4,7)$,

50. $f(x,y)=x^2+3xy+y^2$, $P_0(1,-2)$, **51.** $f(x,y,z)=ze^{-x}\operatorname{tg} y$, $P_0(0,\pi,-2)$.

Keressük meg azokat a pontokat, amelyekben az alábbi f függvények gradiense nullvektor:

58. $f(x,y)=3x^2-4xy+2x+y^2+1$,

59. $f(x,y)=x^2+xy+2y^2-5x+y+3$,

60. $f(x,y,z)=2x^2+y^2-z^2+2xy-3x+2y+z$.

65. Állapítsuk meg, hogy hol lesz az $f(x,y)=xy+x-y$ függvény gradiense az $\mathbf{a}[-1,1]$ vektorra merőleges egységvektor.

66. Állapítsuk meg, hogy hol lesz az $f(x,y)=xy-2x+3y$ függvény gradiense olyan 10 egységnyi abszolút értékű vektor, amely ellentétes irányú az $\mathbf{a}=[3,-4]$ vektorral.

Számítsuk ki az alábbi függvények iránymenti differenciálhányadosait a megadott P pontban az $\mathbf{a}$ vektor irányában:

76. $f(x,y,z)=2^x yz$, $P(1,-1,1)$, $\mathbf{a}=2\mathbf{j}-\mathbf{k}$,

77. $f(x,y)=2x^2-3xy+y^2+15$, $P(1,1)$, $\mathbf{a}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{i}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{j}$,

78. $f(x,y)=\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$, $P(3,40)$, $\mathbf{a}=\dfrac{1}{2}\mathbf{i}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{j}$,

79. $f(x,y,z)=xe^{y^2}z$, $P(2,1,0)$, $\mathbf{a}=\mathbf{i}-\mathbf{j}+\sqrt{2}\mathbf{k}$.