

3. gyakorlat

Másodfokú egyenletek. Törtes egyenlőtlenségek.

Segédanyag: Képletgyűjtemény, 3. oldal: <https://math.bme.hu/bevmat/kepletek.pdf>

Bevezető matematika példatár, 1.4 fejezet: <https://math.bme.hu/bevmat/bevmat.pdf>

Feladatok

Másodfokú egyenletek

1. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán:

a) $x^4 + 5x^3 - 6x^2 = 0$

b) $4x^4 - 3x^2 - 1 = 0$

2. Határozzuk meg a b és c paraméterek értékét, ha tudjuk, hogy minden x valós számra

$$(x + 2)(x + b) = x^2 + cx + 6$$

3. a) Határozzuk meg az $f(x) = -3x^2 + 2x + 5$ függvény legnagyobb értékét.

b) Határozzuk meg az $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ függvény legkisebb értékét.

4. a) Milyen k valós szám esetén van az $x^2 - kx + (3 - k) = 0$ egyenletnek két azonos megoldása?

b) Milyen k valós szám esetén van az $x^2 - (k + 3)x + 4 = 0$ egyenletnek két különböző valós megoldása?

c) Milyen k valós szám esetén nincs valós megoldása az $x^2 + kx - (2k - 5) = 0$ egyenletnek?

5. Legyen x_1 és x_2 a $p^2x^2 + x + (p + 2) = 0$ egyenlet két valós gyöke ($p \neq 0$). Hogyan válasszuk meg a p paraméter értékét úgy, hogy

a) a gyökök összegére $x_1 + x_2 < 1$ teljesüljön?

b) a gyökök szorzatára $x_1 x_2 > 1$ teljesüljön?

Törtes egyenlőtlenségek

Oldjuk meg az alábbi egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán:

6. a) $\frac{2x+5}{x-3} < 4$

b) $\frac{3x+2}{5-x} \geq 1$

c) $\frac{2}{x-1} \geq \frac{3}{1-x} - 4$

7. a) $\frac{x^2+2x-15}{x+6} < 0$

b) $\frac{-x^2+2x-15}{x+6} \leq 0$

c) $2x - \frac{3}{x-1} \geq 3$

d) $\frac{x}{x-1} \geq \frac{2}{x+4}$

e) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-5x-6} \geq 0$

f) $2 - \frac{x-1}{x} < \frac{x}{x+1}$

Eredmények

1. **a)** $x = -6$ vagy $x = 0$ vagy $x = 1$ **b)** $x = 1$ vagy $x = -1$

2. $b = 3, c = 5$

3. **a)** A függvénynek maximuma van $x = \frac{1}{3}$ -nál, és a maximum értéke $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{16}{3}$.

b) A függvénynek minimuma van $x = \frac{5}{4}$ -nél, és a minimum értéke $f\left(\frac{5}{4}\right) = -\frac{17}{8}$.

4. **a)** $k = -6$ vagy $k = 2$ **b)** $k < -7$ vagy $k > 1$ **c)** $-10 < k < 2$

5. **a)** $p \neq 0$ **b)** $-1 < p < 0$ vagy $0 < p < 2$

6. **a)** $x < 3$ vagy $x > \frac{17}{2}$ **b)** $\frac{3}{4} \leq x < 5$ **c)** $x \leq -\frac{1}{4}$ vagy $x > 1$

7. **a)** $x < -6$ vagy $-5 < x < 3$ **b)** $x > -6$

c) $0 \leq x < 1$ vagy $x \geq \frac{5}{2}$ **d)** $x < -4$ vagy $x > 1$

e) $x < -1$ vagy $2 \leq x \leq 3$ vagy $x > 6$ **f)** $x < -1$ vagy $-\frac{1}{2} < x < 0$